



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Trabajos de curso: S-18 y L-70

ETSCCPB - Máster en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

Ingeniería de Estructuras

Haizea Ruiz de Azua Michelena, 72506287-Y

01/2019

Índice

1. Introducción.....	3
2. S-18: Presa de materiales sueltos.....	3
2.1.Objetivo.....	4
2.2.Modelado: análisis bidimensional	
2.2.1. Formulación básica. Aspectos teóricos.....	4
2.2.2. Definición del modelo.....	5
2.2.2.1. Definición de la geometría.....	5
2.2.2.2. Condiciones de contorno, materiales y cargas.....	5
2.2.2.3. Discretización con EF y análisis de la estructura.....	6
2.3. Resultados y análisis de convergencia: análisis bidimensional.....	7
2.3.1. Conclusiones.....	13
2.4. Modelado: análisis tridimensional	
2.4.1. Formulación básica. Aspectos teóricos.....	14
2.4.2. Definición del modelo.....	14
2.4.2.1. Definición de la geometría.....	14
2.4.2.2. Condiciones de contorno, materiales y cargas.....	15
2.4.2.3. Discretización con EF y análisis de la estructura.....	16
2.5. Resultados y análisis de convergencia: análisis tridimensional.....	17
2.5.1. Conclusiones.....	23
3. L-70: Placa de hormigón armado.....	23
3.1.Modelado.....	24
3.1.1. Formulación básica. Aspectos teóricos.....	24
3.1.2. Definición del modelo.....	25
3.1.2.1. Definición de la geometría.....	25
3.1.2.2. Condiciones de contorno, materiales y cargas.....	25
3.1.2.3. Discretización con EF y análisis de la estructura.....	25
3.2.Resultados y análisis de convergencia.....	26
3.2.1. Conclusiones.....	31

1. Introducción

El objetivo de este trabajo de curso es reflejar los conocimientos adquiridos durante las clases teóricas y prácticas del curso de Ingeniería de Estructuras, en los cuales se han adquirido las bases teóricas de cada tipología de problema y a su vez el funcionamiento del Método de Elementos Finitos (MEF) y su implementación para el cálculo estructural de cada tipología. Por otra parte, en las clases prácticas se ha estudiado la aplicación del software informático GID para la resolución de problemas estructurales, el cual se empleará en la realización de este trabajo.

Tal y como se ha estudiado en las clases teóricas de la asignatura, el MEF se basa en la discretización de la estructura en elementos finitos para los cuales se definen tamaño y geometría, además del número de grados de libertad de cada nodo dependiendo del problema que sea, y su posterior aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales (PTV) para la resolución de la estructura una vez las matrices han sido ensambladas, lo que permitirá obtener los desplazamientos, deformaciones y tensiones presentes en la estructura dependiendo de las características definidas para los materiales, las condiciones de contorno establecidas, y las cargas externas a las que esté sometida la estructura.

2. S-18: Presa de materiales sueltos

Dimensionar y calcular una presa homogénea de materiales sueltos de 80 m de altura. La anchura en coronación debe ser de 4 m. con las restricciones geométricas que se indican.

Realizar el proyecto mediante un análisis bidimensional y posteriormente en 3D para verificar el diseño utilizando en ambos casos las siguientes hipótesis:

- Las tracciones máximas en cualquier punto de la presa no deben superar 0.2 MPa
- El peso específico del terreno y el material de construcción es de 20000 N/m³
- El Modulo de elasticidad del material a usar es de 9900 KN/m² y el coeficiente de poisson es de 0.285
- Base empotrada en el terreno
- Cimentación en terreno homogéneo. Modulo de elasticidad: 35 GN/m² y coeficiente de poisson 0.30
- Cargas actuantes:
 - a) Peso propio
 - b) Peso propio + empuje hidrostático en presa y cimentación (altura del agua 77 metros)

El perfil del emplazamiento es el que se muestra:

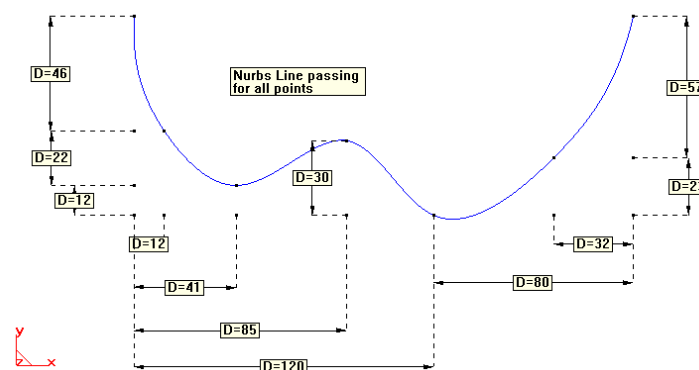


Imagen 1. Perfil del terreno en el que se encuentra la presa

La sección de terreno tiene un ancho de 30 metros y un desarrollo de 400 metros.

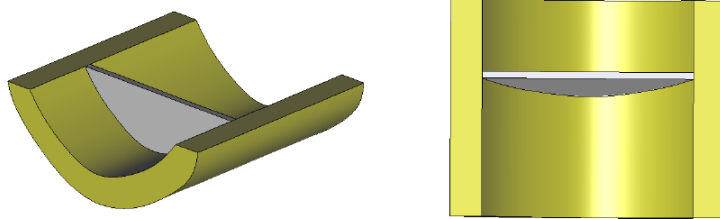


Imagen 2. Sección del terreno donde se encuentra la presa

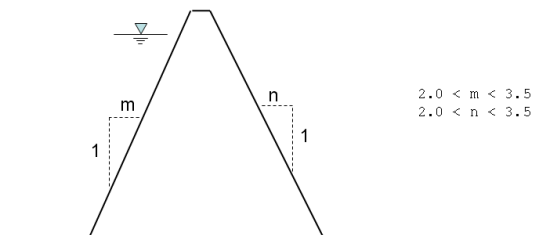


Imagen 3. Sección de la presa y las condiciones de los taludes

2.1. Objetivo

Como bien indica el enunciado, el objetivo del problema en cuestión es dimensionar y calcular una presa de materiales sueltos de 80 metros de altura teniendo en cuenta las condiciones a las que se ha definido.

El problema se estudiará en dos condiciones, primero con el embalse vacío y segundo una vez el embalse se encuentra en completo funcionamiento, el decir, con una altura de agua de 77 metros. La restricción impuesta para efectuar el análisis del problema es que la presa, dado que es una presa de materiales sueltos, trabaje a compresión, y en caso de que existan tracciones en algún punto de la presa, que estas sean inferiores a 0.2MPa.

Para ello, se estudiarán dos casos, el caso más conservador donde las pendientes de la presa sean 2 a ambos lados, y el caso menos conservador (dentro de las condiciones preestablecidas del problema) donde la presa tenga una pendiente de 3.5 a ambos lados de la presa.

Primero se efectuará un análisis bidimensional de la presa, donde se efectuará la elección de las pendientes de los respectivos taludes de la presa, y a continuación se llevará a cabo el análisis tridimensional de la misma.

2.2. Modelado: análisis bidimensional

2.2.1. Formulación básica. Aspectos teóricos

En el análisis bidimensional, la presa de materiales sueltos define un problema de deformación plana, dado que una de sus dimensiones (la longitud) es mucho mayor que las otras dos, y sobre ella actúan cargas uniformemente repartidas a lo largo de toda su longitud. Por lo tanto, se estudiará una sección de la presa ya que esta se mantiene constante a lo largo de la dirección perpendicular a la sección de estudio.

Debido a que se trata de un problema de deformación plana, la deformación en el sentido longitudinal de la presa se considera nula, es decir, $u_z = 0$. Teniendo esto en cuenta, el campo de desplazamientos, deformaciones y tensiones son los siguientes:

$$u(x, y) = [u, v]^T$$

$$\varepsilon = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]^T$$

$$\sigma = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T$$

2.2.2. Definición del modelo

2.2.2.1. Definición de la geometría

Siguiendo las condiciones del problema, el terreno donde se encuentra la presa se ha definido con 400 metros de ancho y 100 de profundidad para que las condiciones de contorno de la base y ambos lados del terreno no afecten a los resultados de la presa.

En lo referente a la presa, tal y como se ha mencionado anteriormente, dos casuísticas han sido estudiadas: primero la del caso más conservador, donde los taludes tienen una pendiente de 2, y a continuación el menos conservador, donde los taludes presentan una pendiente de 3.5. La *imagen 4* muestra la geometría obtenida para el segundo caso, donde la pendiente de ambos taludes es de 3.5.

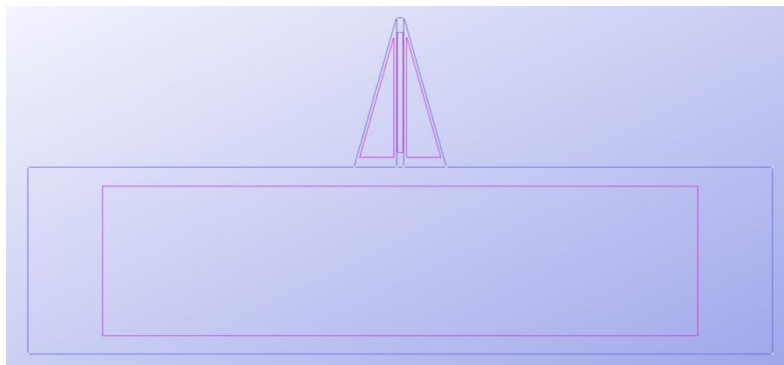


Imagen 4. Geometría de la presa y del terreno

2.2.2.2. Condiciones de contorno, materiales y cargas

En primer lugar, dado que se trata un problema de deformación plana, se ha procedido a cargar en GID la opción de *Ramseries Educational 2D* y a continuación se ha definido en el apartado de *Problem Type*, la opción de *Plane Strain*.

Una vez definida la geometría y el tipo de problema, se ha proseguido con la definición de las condiciones de contorno. Tal y como se indica en el enunciado, la base del terreno se encuentra empotrada por lo que se ha restringido el movimiento en dirección x e y en la línea que define el final de la capa del terreno. Por otra parte, el movimiento horizontal de los dos laterales del terreno ha sido impedido, restringiendo únicamente el movimiento de cada contorno en la dirección horizontal, x , pero no en la vertical, y .

En lo referente al material, la presa en sí es de materiales sueltos, de modo que se ha añadido un tipo de material adicional en el GID con los parámetros correspondientes los cuales se encuentran indicados en el enunciado del problema, y se ha proseguido de la misma manera para la definición del material del terreno. La *imagen 5* muestra las características de cada tipo de material empleado en el problema.

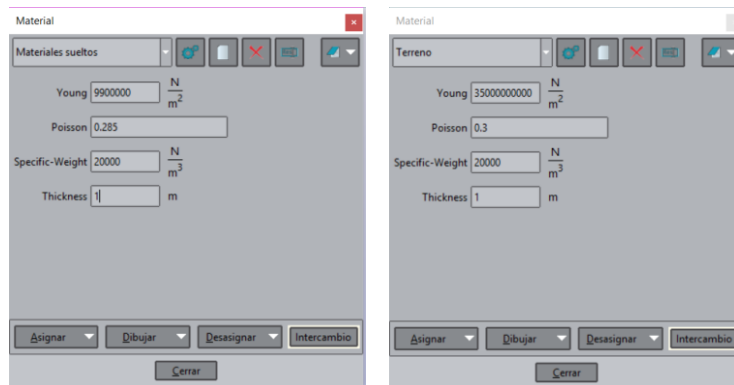


Imagen 5. Definición de las propiedades de cada material

Tal y como se propone en el enunciado del problema, se realizarán dos análisis de la presa, primero con el embalse vacío, únicamente teniendo en cuenta el peso propio de cada elemento, y a continuación, el análisis de la presa con el embalse en pleno funcionamiento, es decir, con una altura de agua de 77 metros.

Para tener en cuenta el peso propio durante el análisis de la presa, se ha marcado la opción de *Consider Self weight* en la ventana de *Problem Data*.

Para el caso en el que se considera que el embalse se encuentra lleno, se ha aplicado una carga hidrostática aguas arriba de la presa: una carga uniformemente distribuida en el terreno y una carga lineal correspondiente al empuje del agua aplicada sobre el talud.

2.2.2.3. Discretización con EF y análisis de la estructura

Tras haber definido las condiciones en las que se encuentra la presa, se procede a aplicar el método de elementos finitos para la discretización y resolución de la estructura. Para ello se han definido dos tipos de mallas, la primera con elementos triangulares de 3 nodos, y la segunda con elementos cuadriláteros de 4 nodos.

Con el fin de obtener resultados con una mayor precisión, se han diferenciado las mallas de cada elemento estructural, por un lado el terreno y por otro lado la presa de materiales sueltos. Para el terreno se empleara una malla con tamaño de elemento mayor que para la presa dado que nuestro interés se enfoca principalmente en los resultados obtenidos en la presa. La *Tabla 1* muestra los tamaños de malla empleados para el análisis de convergencia.

Tamaño de la malla	
Terreno	Presa
6	3
5	2.5
4	2
3	1.5
2	1

Tabla 1. Tamaños de malla empleados

Las imágenes 6 y 7 muestran la malla obtenida para la opción menos conservativa de una pendiente de 3.5 a ambos lados de la presa, con el tamaño de malla de 2 para el terreno y 1 para la presa.

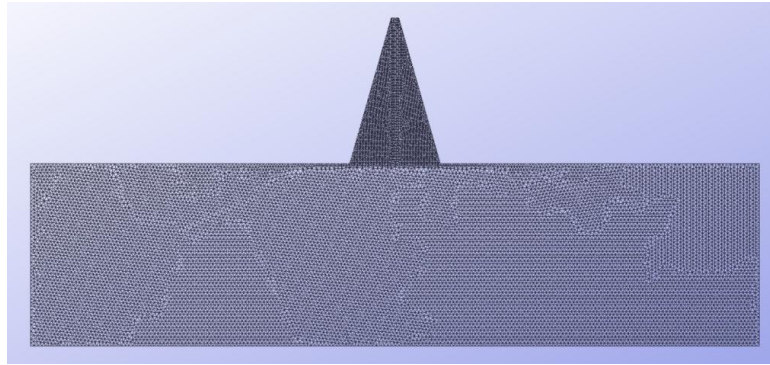


Imagen 6. Mallado de elementos triangulares de 3 nodos, tamaño 2 y 1

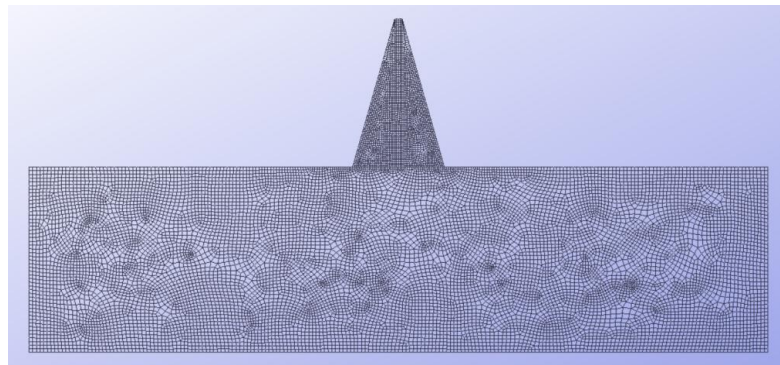


Imagen 7. Mallado de elementos cuadriláteros de 4 nodos, tamaño 2 y 1

2.3. Resultados y análisis de convergencia: análisis bidimensional

En esta sección del informe se presentan los resultados obtenidos durante el análisis de la presa de materiales sueltos. Primero se presentarán los resultados para el caso del embalse vacío donde únicamente se tendrá en cuenta el peso propio de la estructura. En la segunda parte del análisis se mostrarán los resultados obtenidos para el caso en el que el embalse se encuentra lleno, para el cual se tendrán en cuenta tanto el peso propio como la carga hidrostática aplicada aguas arriba de la presa.

Los resultados que se presentan a continuación son los obtenidos con mallas de elementos triangulares de 3 nodos.

a) Embalse vacío: peso propio

A su vez, en este apartado se analizarán los resultados adquiridos primero teniendo en cuenta el caso menos conservador donde la pendiente de los taludes es de 2. Y a continuación el caso menos conservador (dentro de las condiciones preestablecidas en el enunciado) donde los taludes presentan una pendiente de 3.5.

Tamaño de malla Terreno	Tamaño de malla Presa	# Nodos	NGL	desplazamiento max.]	Error relativo	Tracción max. [MPa]	Error relativo
6	3	2779	5558	3.4537		0.06305	
5	2.5	3487	6974	3.4549	0.0347	0.06448	2.2070
4	2	4569	9138	3.4557	0.0232	0.06413	0.5333
3	1.5	7396	14792	3.4553	0.0116	0.06600	2.8273
2	1	15706	31412	3.4558	0.0145	0.06878	4.0461

Tabla 2. Resultados obtenidos en el caso más conservador. Pendientes de 2 en ambos taludes.

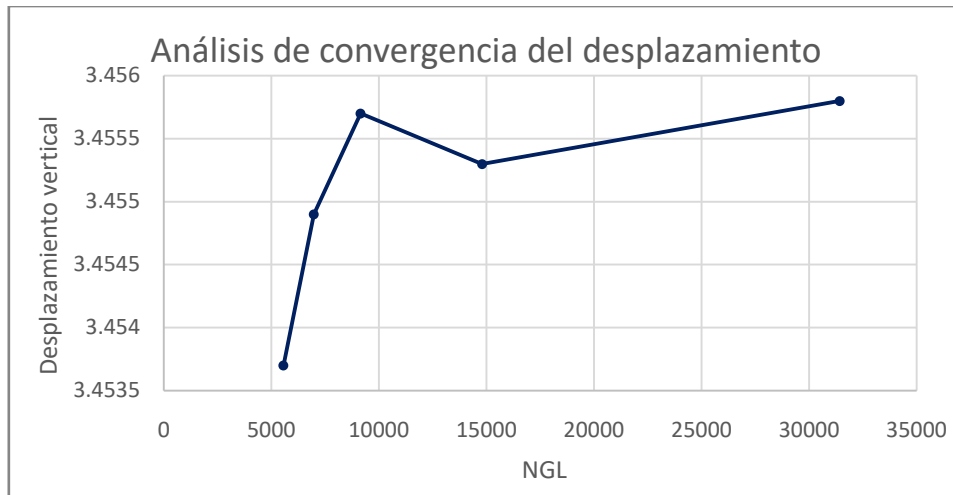


Imagen 8. Diagrama de convergencia. Pendiente de 2 en ambos taludes.

Tamaño de malla Terreno	Tamaño de malla Presa	# Nodos	NGL	desplazamiento max.]	Error relativo	Tracción max. [MPa]	Error relativo
6	3	2636	5272	3.4396		0.0653	
5	2.5	3210	6420	3.4404	0.0233	0.0656	0.3859
4	2	4157	8314	3.4412	0.0232	0.0636	3.0966
3	1.5	6703	13406	3.4412	0.0000	0.0651	2.2791
2	1	14139	28278	3.4416	0.0116	0.0688	5.4161

Tabla 3. Resultados obtenidos en el caso menos conservador. Pendientes de 3.5 en ambos taludes.

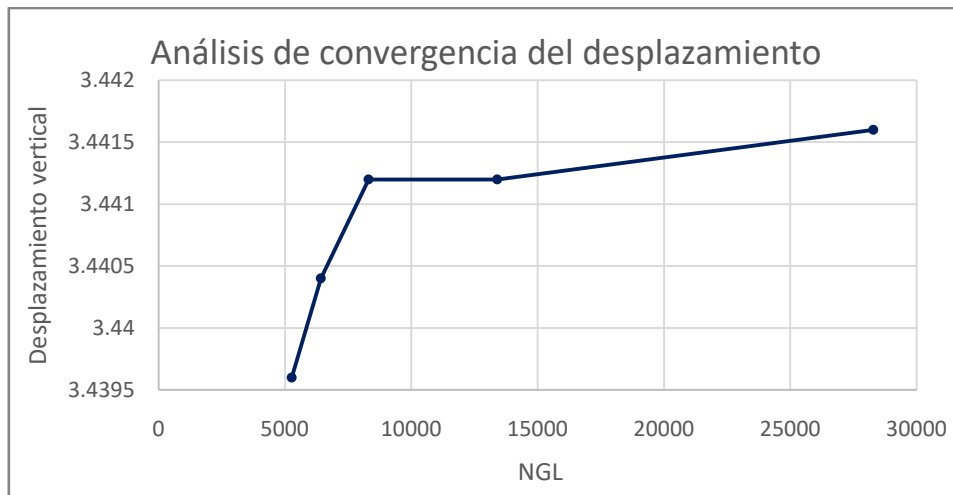


Imagen 9. Diagrama de convergencia. Pendiente de 3.5 en ambos taludes.

b) Embalse lleno: peso propio y carga hidrostática

Igual que en el apartado anterior, primero se analizarán los resultados adquiridos teniendo en cuenta el caso menos conservador donde la pendiente de los taludes es de 2. Y a continuación el caso menos conservador (dentro de las condiciones preestablecidas en el enunciado) donde los taludes presentan una pendiente de 3.5.

Tamaño de malla Terreno Presa	# Nodos	NGL	desplazamiento max.]	Error relativo	Tracción max. [MPa]	Error relativo
6 3	2779	5558	3.4973		0.0013	
5 2.5	3487	6974	3.4985	0.0343	0.0013	0.0899
4 2	4569	9138	3.4993	0.0229	0.0013	3.6011
3 1.5	7396	14792	3.5004	0.0314	0.0018	29.8317
2 1	15706	31412	3.5008	0.0114	0.0019	5.3990

Tabla 4. Resultados obtenidos en el caso más conservador. Pendientes de 2 en ambos taludes.

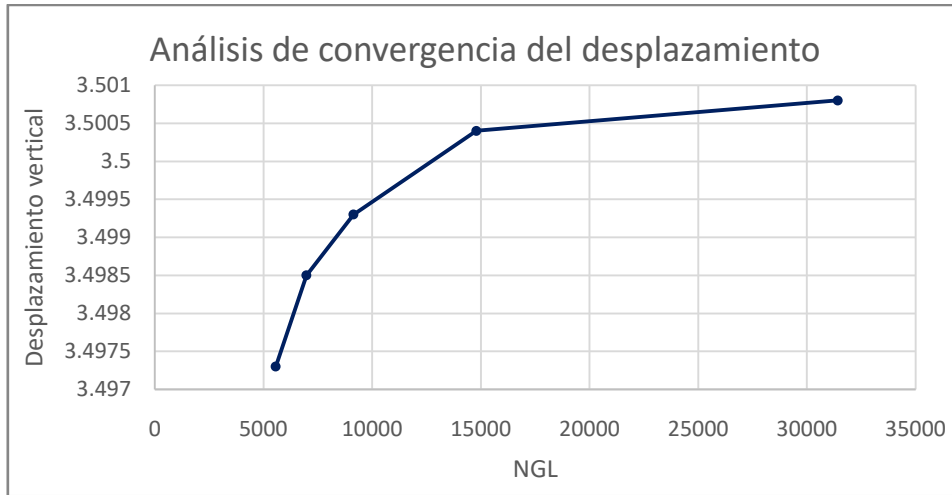


Imagen 10. Diagrama de convergencia. Pendiente de 2 en ambos taludes.

Tamaño de malla Terreno Presa	# Nodos	NGL	desplazamiento max.]	Error relativo	Tracción max. [MPa]	Error relativo
6 3	2636	5272	3.9701		0.0546	
5 2.5	3210	6420	3.9723	0.0554	0.0559	2.3646
4 2	4157	8314	3.9742	0.0478	0.0576	2.8734
3 1.5	6703	13406	3.9772	0.0754	0.0600	4.1256
2 1	14139	28278	3.9791	0.0477	0.0636	5.5678

Tabla 5. Resultados obtenidos en el caso menos conservador. Pendientes de 3.5 en ambos taludes.

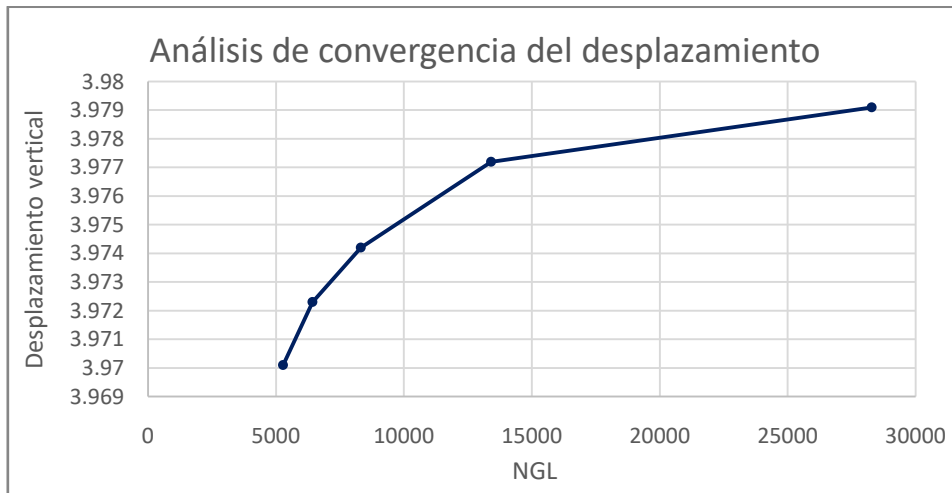


Imagen 11. Diagrama de convergencia. Pendiente de 3.5 en ambos taludes.

A continuación se muestran los resultados obtenidos para las mallas cuadriláteras de 4 nodos en el caso menos conservador donde la pendiente de los taludes es de 3.5.

Tamaño de malla		# Nodos	NGL	desplazamiento max.]	Error relativo	Tracción max. [MPa]	Error relativo
Terreno	Presa						
6	3	3589	7178	3.4408		0.0667	
5	2.5	4112	8224	3.4411	0.0087	0.0688	3.0469
4	2	5215	10430	3.4415	0.0116	0.0661	3.9849
3	1.5	7516	15032	3.4416	0.0029	0.0697	5.1183
2	1	14277	28554	3.4423	0.0203	0.0713	2.2827

Tabla 6. Resultados obtenidos en el caso más conservador. Pendientes de 2 en ambos taludes.

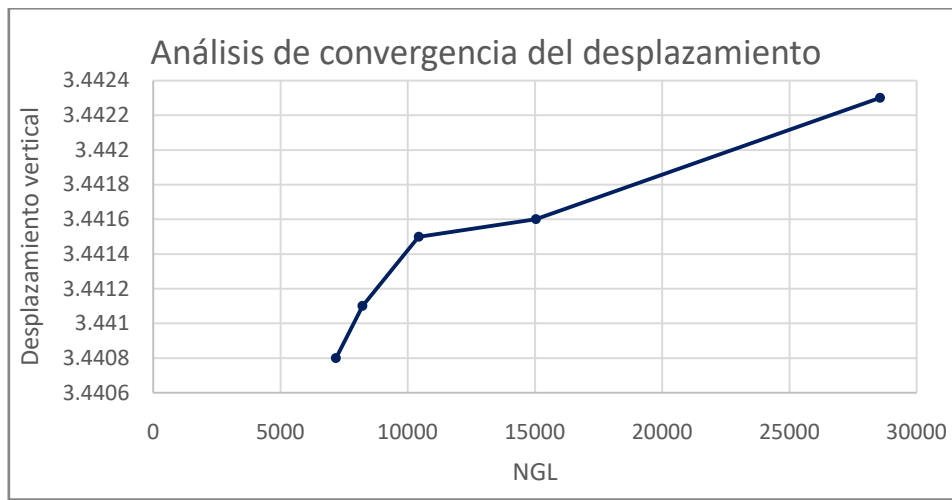


Imagen 12. Diagrama de convergencia. Pendiente de 2 en ambos taludes.

Tamaño de malla		# Nodos	NGL	desplazamiento max.]	Error relativo	Tracción max. [MPa]	Error relativo
Terreno	Presa						
6	3	3589	7178	3.9621		0.0609	
5	2.5	4112	8224	3.9586	0.0884	0.0601	1.3515
4	2	5215	10430	3.9636	0.1261	0.0613	1.9998
3	1.5	7516	15032	3.9711	0.1889	0.0639	4.0595
2	1	14277	28554	3.9803	0.2311	0.0681	6.1702

Tabla 7. Resultados obtenidos en el caso menos conservador. Pendientes de 3.5 en ambos taludes.

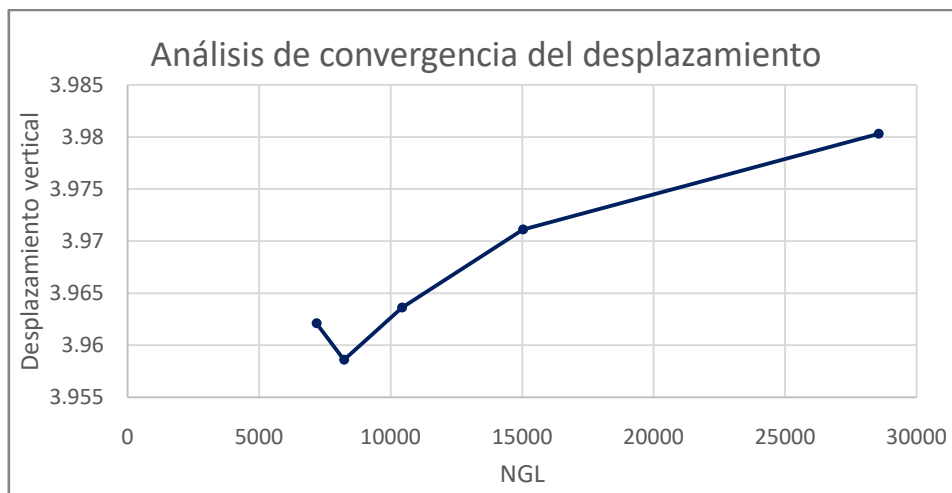


Imagen 13. Diagrama de convergencia. Pendiente de 3.5 en ambos taludes.

Los siguientes diagramas muestran la comparación entre la convergencia que presentan las mallas de elementos triangulares y cuadriláteros.

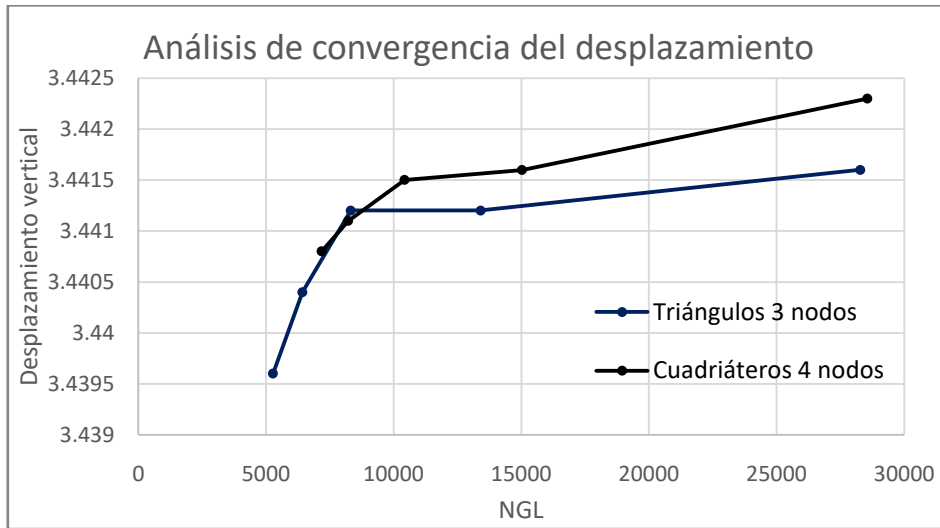


Imagen 14. Diagrama de convergencia. Embalse vacío.

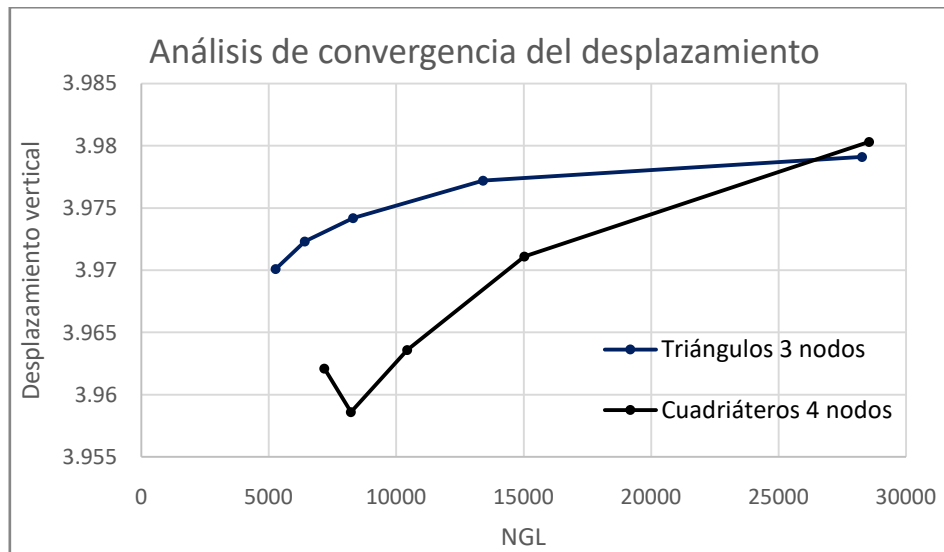


Imagen 15. Diagrama de convergencia. Embalse lleno.

Tras haber estudiado todas las diferentes casuísticas se llega a la conclusión de que la malla con un tamaño de malla de 2 en el dominio del terreno y un tamaño de malla de 1 en el dominio de la presa otorga una buena convergencia. Además se observa que tanto el caso más conservador como el menos conservador cumplen la restricción del enunciado de presentar tracciones inferiores de 0.2 MPa. De hecho, tanto en el caso de embalse vacío como en el de embalse lleno, ya empleemos una malla de elementos triangulares de 3 nodos o de elementos cuadriláteros de 4 nodos, todas las casuísticas presentan un factor de seguridad de alrededor de 3, por lo que se concluye que se tomarán taludes de 3.5 de pendiente para el dimensionamiento de la presa.

A continuación se comprueba si realmente la presa trabaja a compresión desde el punto aguas arriba de la presa hasta su centro, primero para el caso en el que el embalse se encuentra vacío y después el

caso en el que el embalse se encuentra lleno. Además, para cada caso se muestra la forma de la deformada (x5) que se obtendría.

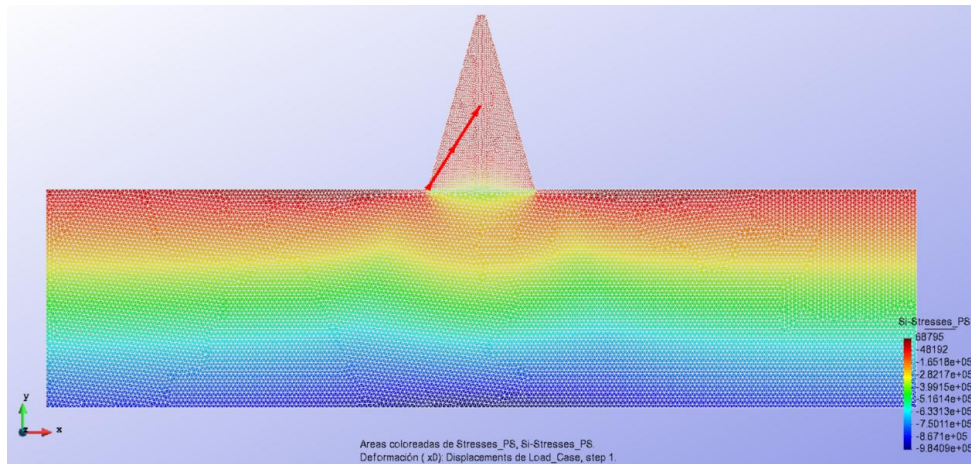


Imagen 14. Embalse vacío. Pendiente de 3.5 en ambos taludes

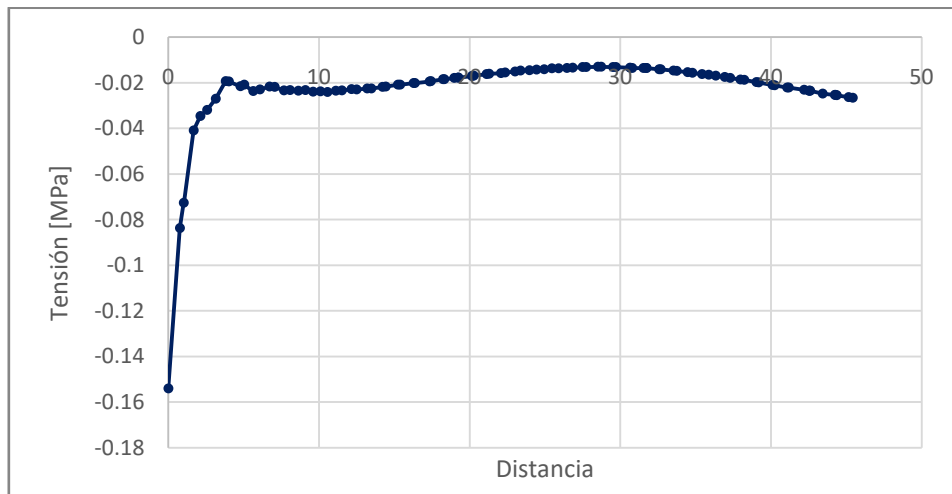


Imagen 15. Tensiones de la presa en función de la distancia al centro

Tal y como se puede observar en el diagrama de tensión en función de la distancia al centro de la presa, la presa de materiales sueltos trabaja a compresión.

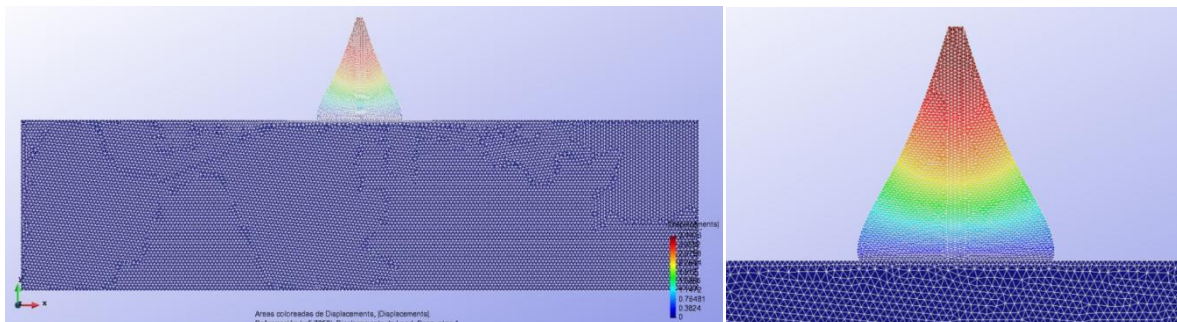


Imagen 16. Deformada (x5). Pendiente de 3.5 en ambos taludes

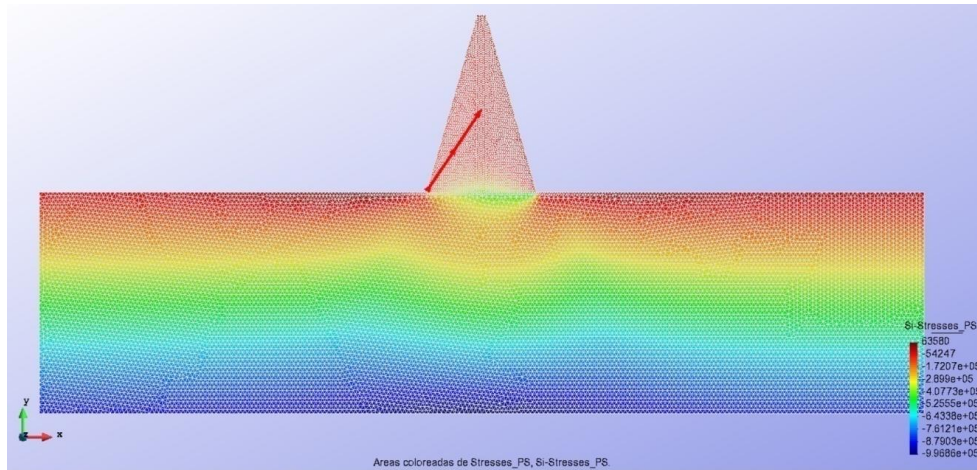


Imagen 17. Embalse lleno. Pendiente de 3.5 en ambos taludes

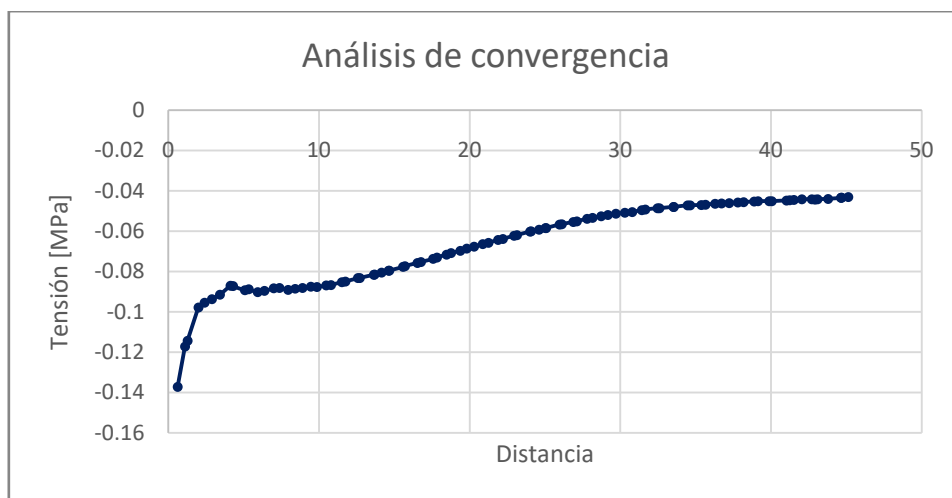


Imagen 18. Tensiones de la presa en función de la distancia al centro

Tal y como se puede observar en el diagrama de tensión en función de la distancia al centro de la presa, la presa de materiales sueltos trabaja a compresión también en el caso en el que el embalse se encuentra lleno hasta una altura de agua de 77 metros.

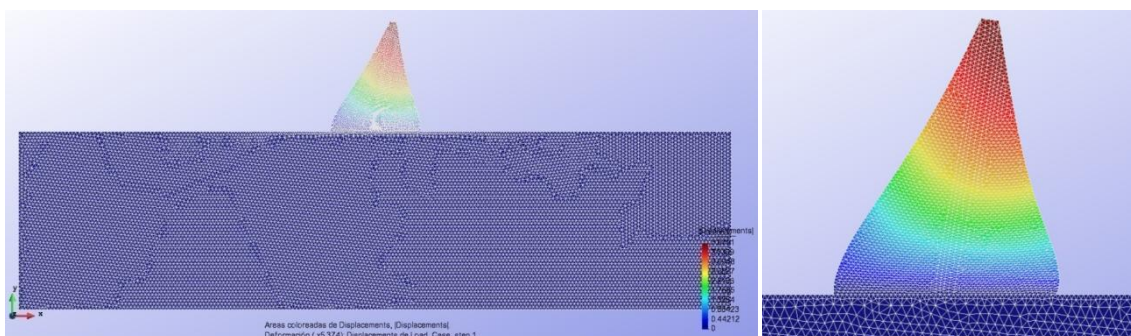


Imagen 19. Deformada (x5). Pendiente de 3.5 en ambos taludes

2.3.1. Conclusiones

Tal y como se ha podido observar en apartado anterior, en el caso menos conservador, es decir, el caso en el que se suponen pendientes de 3.5 en ambos taludes de la presa de materiales sueltos, la

presa trabaja a compresión y no se observan tracciones mayores al umbral preestablecido de 0.2 MPa, sino que se mantiene un factor de seguridad de un valor cercano a 3 en lo referente a las tracciones en presentes en la presa. Sin embargo, antes de afirmar que el dimensionamiento óptimo de la presa de materiales sueltos se deberá llevar a cabo el análisis tridimensional de la presa.

En lo referente al mallado, tras los estudios de convergencia mostrados en la sección previa, se puede afirmar que el tamaño de malla de 2 para el terreno y de 1 para la presa ofrece una buena convergencia.

2.4. Modelado: análisis tridimensional

2.4.1. Formulación básica. Aspectos teóricos

Tras haber realizado el análisis bidimensional de la presa, se procede a analizar la presa tridimensionalmente.

El procedimiento a seguir del análisis tridimensional por el método de elementos finitos es igual al caso bidimensional, con la diferencia que en el caso 3D no se desprecia la componente en z de los campos de desplazamiento. Este hecho se manifiesta como un aumento en el tiempo de cálculo dado que las matrices son de mayor dimensión.

Por lo tanto, los campos de desplazamientos, deformaciones y tensiones para el análisis tridimensional de la presa son los siguientes:

$$u(x, y, z) = [u, v, w]^T$$

$$\varepsilon = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}]^T$$

$$\sigma = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}]^T$$

2.4.2. Definición del modelo

2.4.2.1. Definición de la geometría

La geometría del terreno en el caso tridimensional tiene una forma curva tal y como se ha expuesto al principio del problema de la presa, y dado que es en 3D la construcción de la geometría será más compleja que en el caso tridimensional.

El análisis tridimensional de la presa se ha hecho tanto para el caso menos conservador como para el más conservador para poder analizar el cambio que este dimensionamiento suponía en las tracciones generadas tanto en el interior de la presa como en la interacción entre el terreno y la presa.

Para la construcción del modelo en 3D, primero se ha definido la traza del terreno, y posteriormente se ha definido una línea paralela a 50 metros de distancia de la traza del terreno en la dirección negativa a la normal de la curva. A continuación, esta superficie ha sido extruida 400 metros. A su vez, la superficie que define el lateral de la presa ha sido definido y extruido en dirección perpendicular al terreno. La imagen 20 muestra los volúmenes resultantes obtenidos tras las extrusiones de dichas superficies.

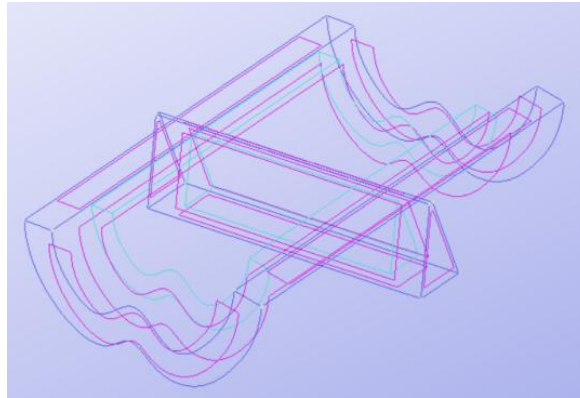


Imagen 20. Intersección entre la presa y el terreno para pendientes de 3.5 en ambos taludes

A continuación se ha procedido a realizar la intersección entre el terreno y la presa. La imagen 21 muestra la geometría obtenida tras la intersección.

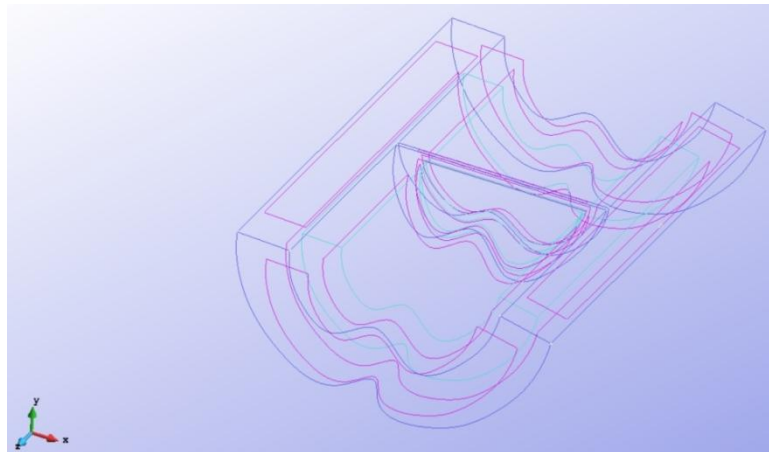


Imagen 21. Geometría de la presa y el terreno para pendientes de 3.5 en ambos taludes

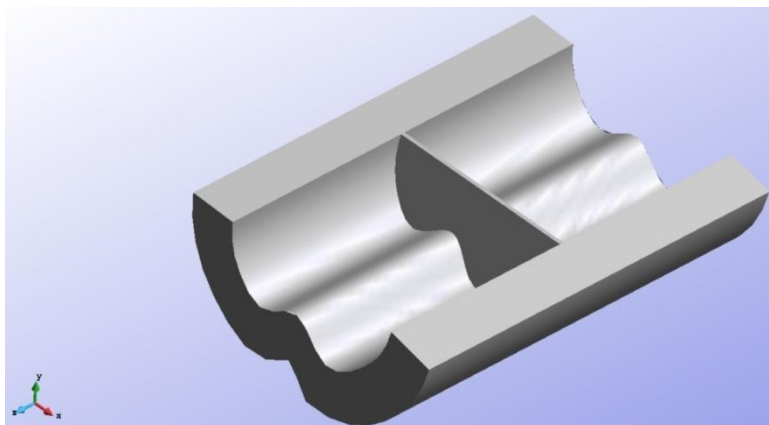


Imagen 22. Geometría de la presa y el terreno con 'Iluminación suave'

2.4.2.2. Condiciones de contorno, materiales y cargas

Para llevar a cabo el análisis tridimensional de la presa se ha empleado *Ramseries Educational 3D*.

Una vez definida la geometría del problema, se ha procedido a implementar las condiciones de contorno de la misma forma que en el análisis bidimensional, es decir, la base del terreno empotrado y el movimiento horizontal de los dos costados del volumen del terreno impedidos.

En lo referente al material, se han definido dos tipos de materiales adicionales en el GID, tal y como ha sido explicado en el apartado del análisis bidimensional. Por una parte la presa de materiales sueltos y por otra parte el terreno, con los mismos parámetros empleados para el análisis 2D.

En lo que a las cargas se refiere, el análisis ha sido dividido en dos partes igual que en el análisis 2D, primero teniendo en cuenta únicamente el peso propio del modelo, y a continuación con el embalse lleno, es decir, teniendo en cuenta la carga hidrostática del agua. La imagen 23 muestra la carga hidrostática aplicada aguas arriba de la presa.

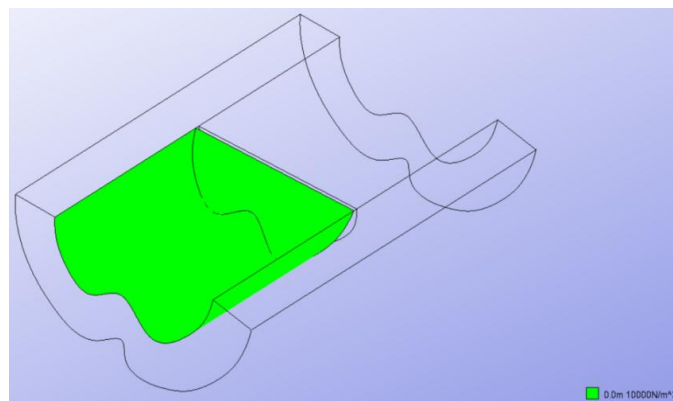


Imagen 23. Carga hidrostática aplicada aguas arriba de la presa de materiales sueltos

2.4.3. Discretización con EF y análisis de la estructura

Al contrario que en el análisis 2D, en el análisis tridimensional la estructura no se discretiza con elementos planos, sino que tienen forma de polígonos. Por lo tanto, el análisis se ha llevado a cabo con elementos tetraédricos, dada la geometría irregular del problema. Además, con el fin de optimizar operaciones de cálculo se han empleado diferentes mallas en el terreno y en la presa, siendo la malla de la presa de menor tamaño que la usada para el terreno. La imagen 24 muestra la malla resultante para un tamaño de malla de 11 para el terreno y 5 para la presa.

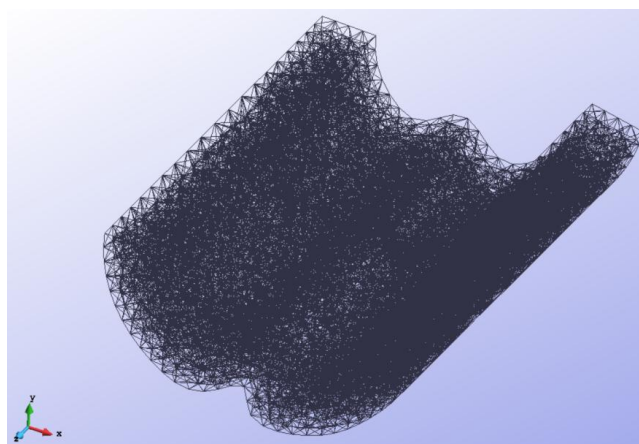


Imagen 24. Mallado de elementos tetraédricos de tamaño 11 para el terreno y 5 para la presa

2.5. Resultados y análisis de convergencia

Dado que en el análisis bidimensional se ha decidido emplear una pendiente de 3.5 para los taludes de la presa, a continuación se presentan los resultados obtenidos para este dimensionamiento de la presa tanto del embalse vacío como los resultados del embalse lleno. Sin embargo, se observarán tracciones muy elevadas en ciertas zonas de la presa, por lo que también se ha estudiado el caso más conservador del dimensionamiento de la presa para ver si estas tracciones también existen o si se trata de concentraciones de tensiones debido a la geometría irregular del terreno por ejemplo, que pueden ser despreciadas en el dimensionamiento de la presa.

a) Embalse vacío: peso propio

Tamaño de malla Terreno	Tamaño de malla Presa	# Nodos	NGL	desplazamiento max.	Error relativo	Tracción max. [MPa]	Error relativo
25	15	1969	5907	15.455		0.53327	
20	10	2791	8373	17.202	10.1558	0.40978	30.1357
15	8	5056	15168	17.302	0.5780	0.42969	4.6336
12	6	7696	23088	13.449	28.6490	0.56761	24.2984
11	5	9967	29901	13.415	0.2534	0.53774	5.5547

Tabla 8. Resultados obtenidos en el caso menos conservador. Pendientes de 3.5 en ambos taludes.

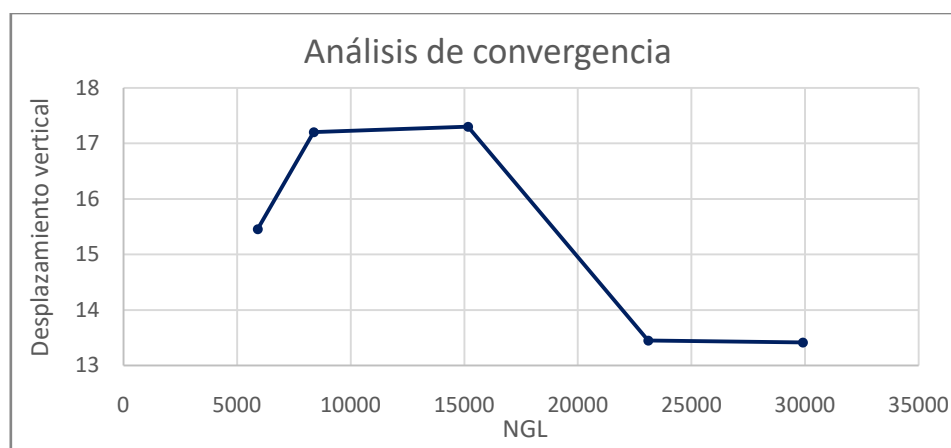


Imagen 25. Diagrama de convergencia del desplazamiento máximo. Pendiente de 3.5 en ambos taludes.

Se puede observar que el tamaño de malla de 11 para el terreno y 5 para la presa presenta una buena convergencia con un error relativo de 0.2534 para el desplazamiento máximo.

Tamaño de malla Terreno	Tamaño de malla Presa	# Nodos	NGL	desplazamiento max.	Error relativo	Tracción max. [MPa]	Error relativo
25	15	2070	6210	9.4996		0.36208	
20	10	3114	9342	10.264	7.4474	0.46484	22.1065
15	8	4682	14046	9.2454	11.0174	0.46217	0.5777
12	6	8419	25257	9.1532	1.0073	0.47873	3.4592

Tabla 19. Resultados obtenidos en el caso más conservador. Pendientes de 2 en ambos taludes.

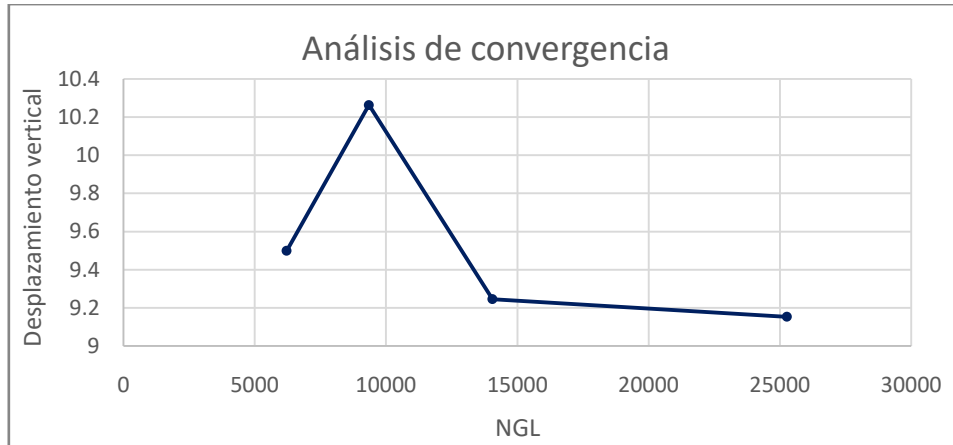


Imagen 26. Diagrama de convergencia del desplazamiento máximo. Pendiente de 2 en ambos taludes.

Se observa que el tamaño de malla de 12 para el terreno y 6 para la presa presenta una buena convergencia con un error relativo de alrededor de 1 para el desplazamiento máximo.

b) Embalse lleno: peso propio y carga hidrostática

Tamaño de malla Terreno	Tamaño de malla Presa	# Nodos	NGL	desplazamiento max.	Error relativo	Tracción max. [MPa]	Error relativo
25	15	1969	5907	15.455		0.53327	
20	10	2791	8373	17.207	10.1819	0.40978	30.1357
15	8	5056	15168	17.305	0.5663	0.42954	4.6003
12	6	7696	23088	13.449	28.6713	0.56761	24.3248
11	5	9967	29901	13.415	0.2534	0.53775	5.5528

Tabla 10. Resultados obtenidos en el caso menos conservador. Pendientes de 3.5 en ambos taludes.

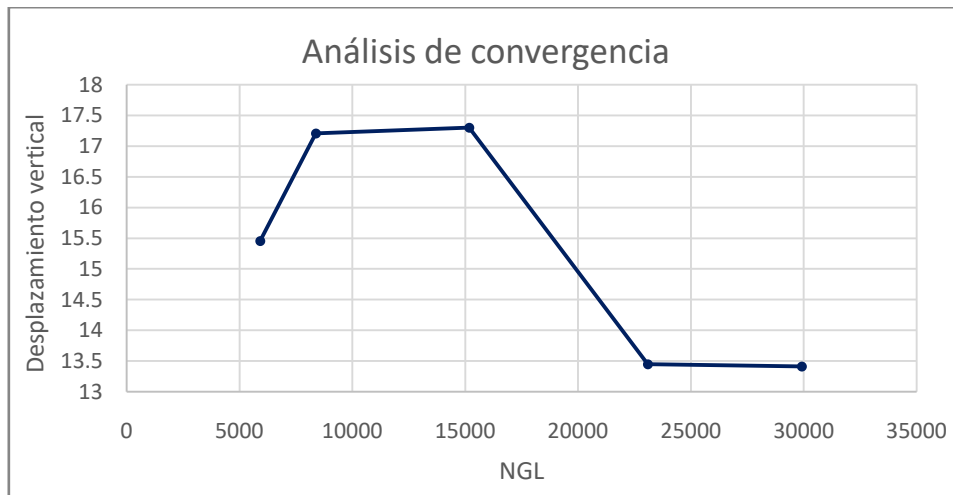


Imagen 27. Diagrama de convergencia del desplazamiento máximo. Pendiente de 3.5 en ambos taludes.

El tamaño de malla de 11 para el terreno y 5 para la presa presenta una buena convergencia con un error relativo el máximo desplazamiento de 0.2534.

Tamaño de malla		# Nodos	NGL	desplazamiento max.]	Error relativo	Tracción max. [MPa]	Error relativo
Terreno	Presa						
25	15	2070	6210	9.4996		0.36208	
20	10	3114	9342	10.264	7.4474	0.46484	22.1065
15	8	4682	14046	9.2454	11.0174	0.40268	15.4366
12	6	8419	25257	9.1532	1.0073	0.47872	15.8840

Tabla 11. Resultados obtenidos en el caso más conservador. Pendientes de 2 en ambos taludes.

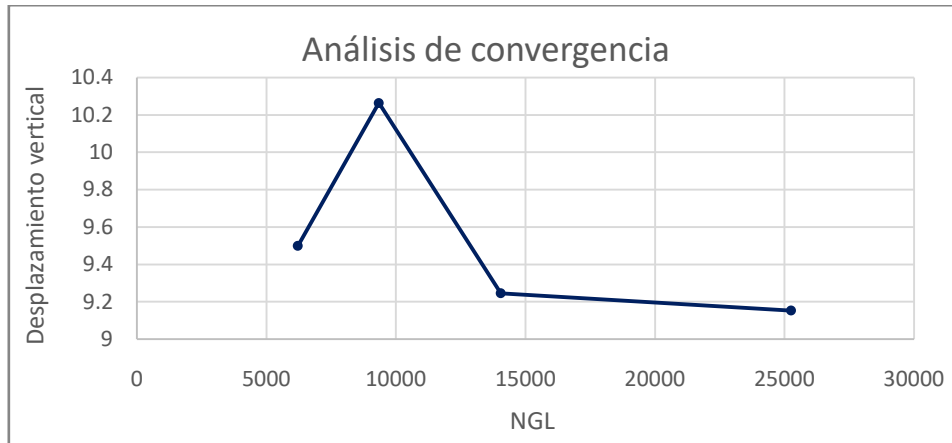


Imagen 28. Diagrama de convergencia del desplazamiento máximo. Pendiente de 2 en ambos taludes.

El tamaño de malla de 12 para el terreno y 6 para la presa presenta una buena convergencia con un error relativo el máximo desplazamiento de 1.0073.

A continuación se muestran los resultados obtenidos en el post-proceso del programa GID para el caso donde las pendientes de los taludes son de 3.5.

a) Embalse vacío: peso propio

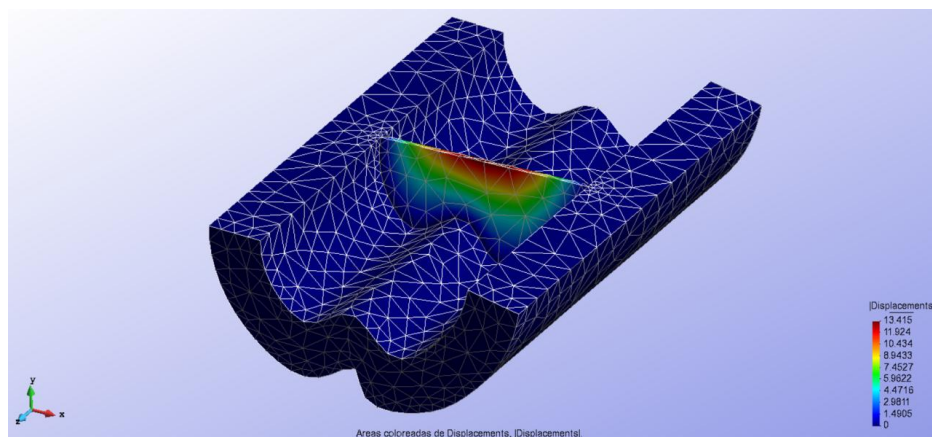


Imagen 29. Desplazamientos para una malla de tamaño 11 para el terreno y 5 para la presa

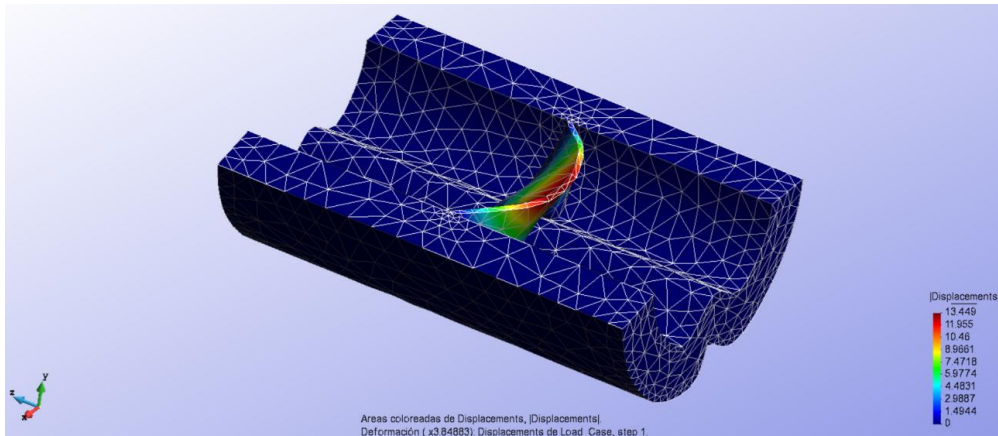


Imagen 30. Deformadas para una malla de tamaño 12 para el terreno y 6 para la presa

En un principio, dado que el dimensionamiento en el análisis bidimensional era con el caso en el que las dos pendientes de los taludes eran de 3.5, el análisis tridimensional se estudió para este mismo caso. Sin embargo, tal y como se puede observar en las tablas, existen tracciones mucho mayores al umbral preestablecido en el enunciado del problema. Las siguientes imágenes muestran las tracciones observadas en el análisis tridimensional de la presa con taludes de 3.5 de pendiente.

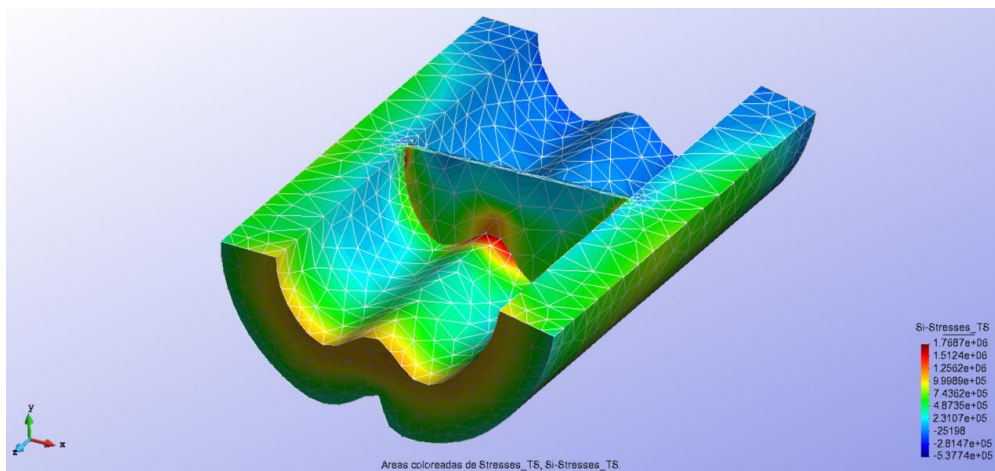


Imagen 31. Tensiones para una malla de tamaño 11 para el terreno y 5 para la presa

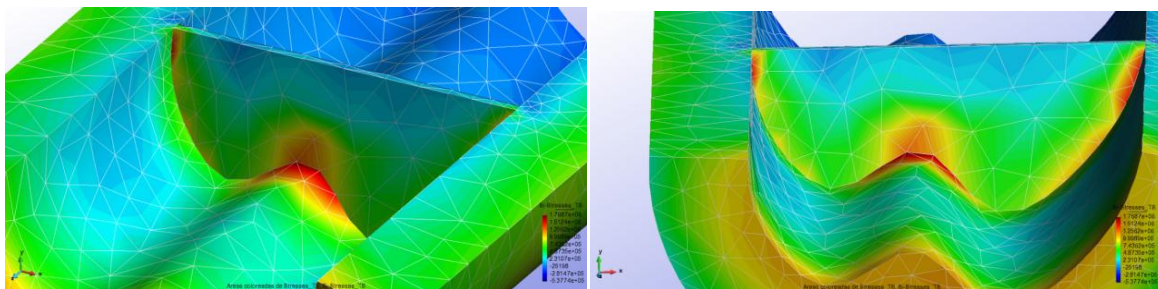


Imagen 32. Concentración de tensiones de compresión en tres puntos de la presa

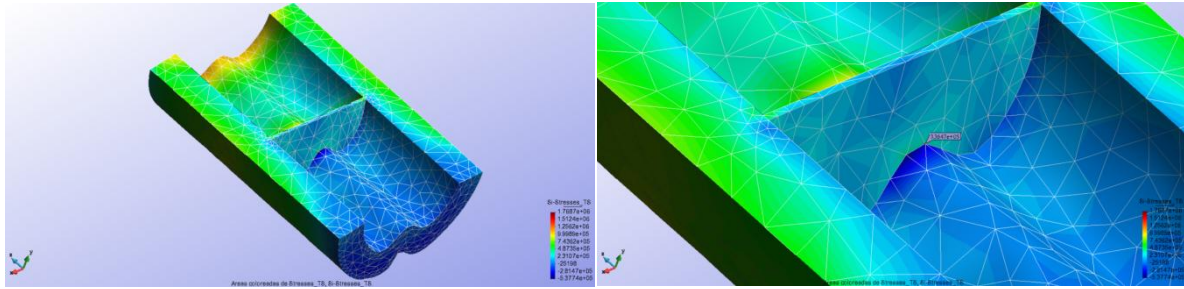


Imagen 33. Tracciones elevadas al otro lado de la presa

b) Embalse lleno: peso propio y carga hidrostática

Las siguientes imágenes muestran tanto los desplazamientos como las tensiones observadas en la presa para un tamaño de malla de 11 para el terreno y 5 para la presa.

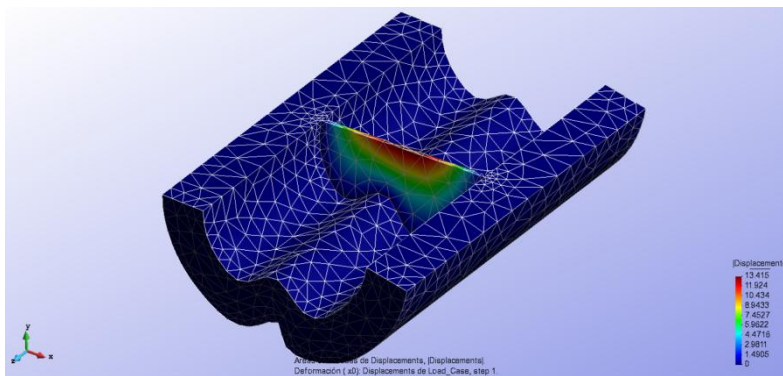


Imagen 34. Desplazamientos

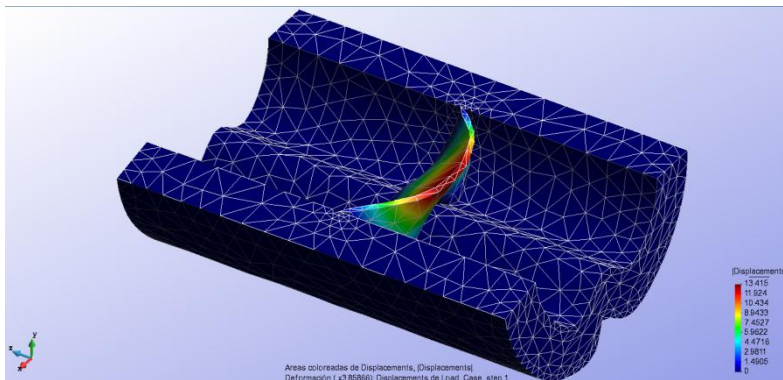


Imagen 35. Deformada

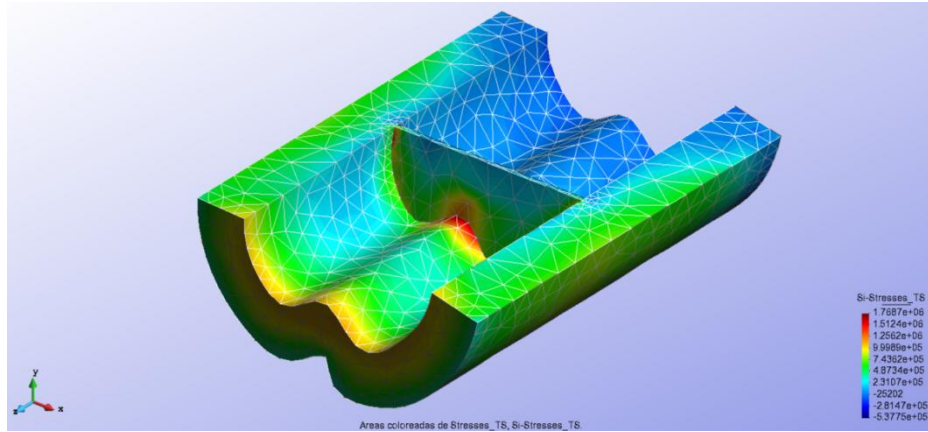


Imagen 36. Tensiones. Concentración de tracciones en las mismas zonas

Debido a la alta concentración de tracciones tanto en la presa como en el terreno cercano a la misma, fue entonces cuando se decidió estudiar también la presa más conservadora para ver si se daban las mismas tracciones o si había sido un error a la hora de definir alguna de las variables del problema.

Por lo tanto, a continuación se muestran los resultados obtenidos para un tamaño de malla de 12 para el terreno y 6 para la presa, en lo referente a las tensiones para el análisis tridimensional de la presa con pendiente de 2 a ambos lados. Tal y como se puede observar, la concentración de tensiones en el caso de pendiente 3.5 no es debido a un error de dimensionamiento dado que en el caso más conservador también se observan tracciones del mismo rango de valores y en las mismas zonas.

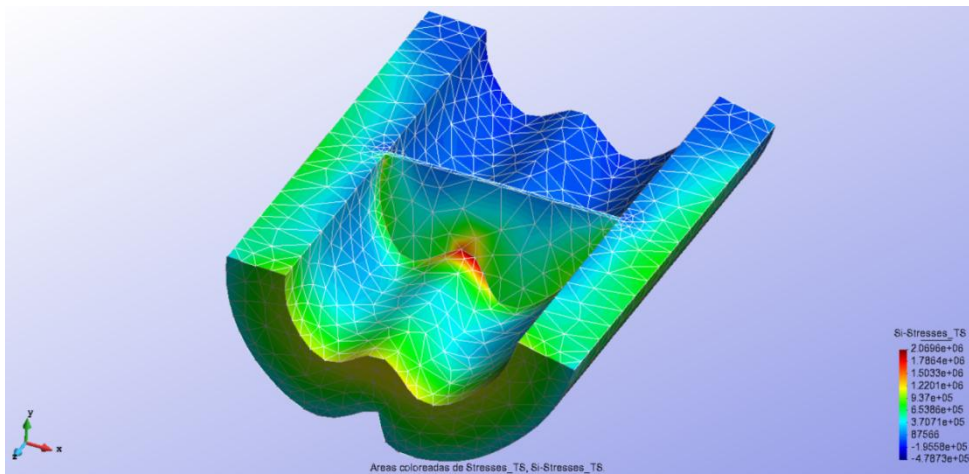


Imagen 37. Tensiones en el caso de tener el embalse vacío

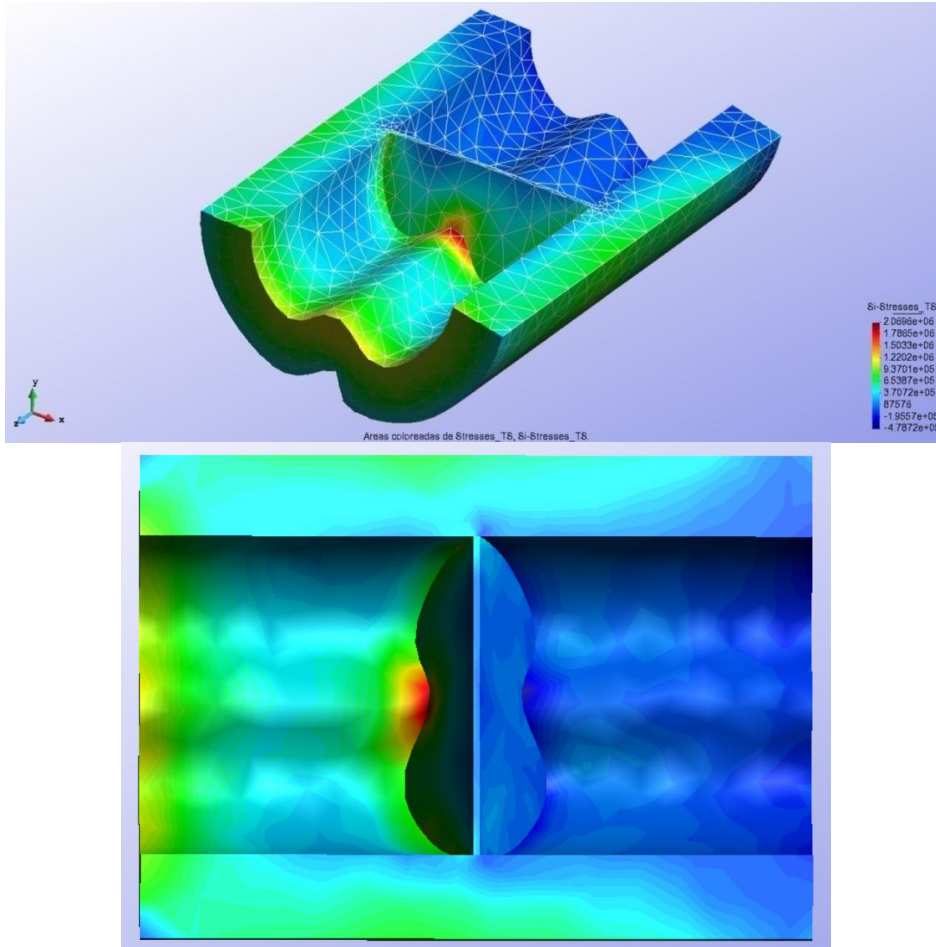


Imagen 38. Tensiones en el caso de tener el embalse lleno

2.5.1. Conclusiones

Podemos concluir que el dimensionamiento final de la presa de materiales sueltos es de pendientes de 3.5 para ambos taludes, dado que en el análisis bidimensional se ha observado que presenta un factor de seguridad de 3 en lo referente a las máximas tracciones presentes en el modelado del terreno junto con la presa. Además, también se ha observado que la presa de materiales sueltos trabaja a compresión.

Por otra parte, en lo referente al análisis tridimensional de la presa, se ha podido observar que aunque con el dimensionamiento de la presa con pendientes de 3.5 en ambos taludes aparezcan concentraciones de tensiones muy superiores al umbral preestablecido en el enunciado del problema de 0.2 MPa, en el dimensionamiento más conservador también se observan tracciones del mismo rango de valores y en las mismas zonas que en el de pendientes de 3.5, por lo tanto, se ha decidido obviar las concentraciones de tensiones y tomar por correcto el dimensionamiento de pendientes de 3.5 en ambos taludes.

3. L-70: Placa de hormigón armado

La figura muestra una placa plana de hormigón armado sujeta a una carga uniformemente repartida y con las condiciones de apoyo indicadas.

Calcule el valor máximo de la carga que satisface las restricciones que se indican.

- Las tracciones máximas en cualquier punto no deben superar los 30 MPa
- Las compresiones máximas en cualquier punto no deben superar los 30 MPa
- Tomar los valores de E y ν de un hormigón estándar
- El espesor de la placa es de 0.25 m

Cargas actuantes:

- a) Peso propio
- b) Peso propio + carga uniforme.

Las dimensiones en metros de la placa:

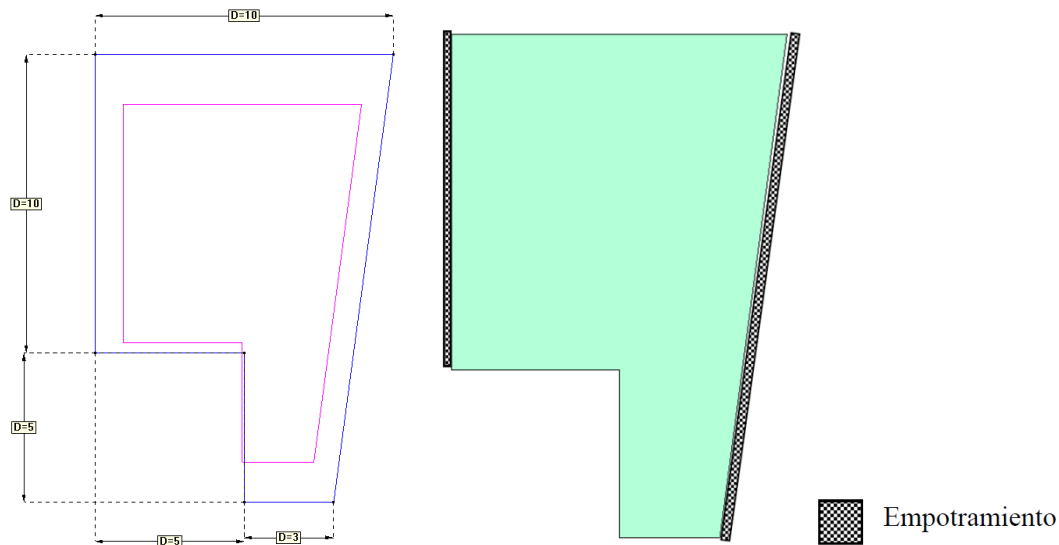


Imagen 39. Geometría y condiciones de contorno de la placa

3.1. Modelado

3.1.1. Formulación básica. Aspectos teóricos

Se define como placa el sólido paralelepípedo en el cual una de las dimensiones (espesor) es mucho más pequeña que las otras dos. Por otra parte, el estado de placa se denomina al estado de cargas en el que únicamente actúan como fuerzas exteriores cargas normales al plano medio y momentos cuyos ejes se encuentran contenidos en dicho plano. Tomando como referencia el caso más extremo donde la placa tiene un ancho de 3 metros se observa que:

$$\frac{\text{espesor}}{\text{ancho de placa}} = \frac{0.25\text{m}}{3\text{m}} = 0.083 < 0.1$$

Por lo tanto, a continuación se empleará la teoría de placas delgadas de Kirchhoff. Los campos de desplazamiento, deformación y tensiones son los siguientes:

$$u = [w, \theta_x, \theta_y]^T = \left[w, \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y} \right]^T$$

$$\varepsilon = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]^T$$

$$\sigma = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T$$

3.1.2. Definición del modelo

3.1.2.1. Definición de la geometría

Dado que se trata de un problema de placas, a la hora de analizar la placa se empleará el programa *Ramseries_Educational_2D – Plates*.

Para la definición de la geometría se ha optado por separar la placa en 4 superficies, las cuales se muestran en la imagen 37. El objetivo por la división de las superficies es mejorar la precisión de los resultados a la hora de estudiar la convergencia de las diferentes mallas.

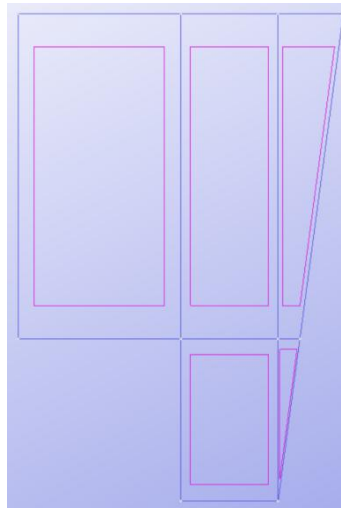


Imagen 40. Geometría de la placa

3.1.2.2. Condiciones de contorno, materiales y cargas

En lo referente a las condiciones de contorno, tal y como se observa en el enunciado del problema, los dos costados de la placa se encuentran empotrados. Por otra parte, el material de la placa se trata de un hormigón armado de espesor 0.25, aunque dado que el enunciado afirma que presenta las mismas E y ν que un hormigón estándar, se han empleado las propiedades definidas en el apartado de materiales del programa GID, únicamente cambiando el espesor de la placa.

En lo que a las cargas se refiere, se han tenido en cuenta dos tipos de cargas, por una parte el peso propio y por otra parte una carga repartida aplicada en las 4 superficies que constituyen la placa. A la hora de hacer el análisis de convergencia se ha tomado una carga repartida de 10.000 KN/m^2 , y una vez la hallada la malla que presenta una buena convergencia, se han aplicado diversos valores de la carga repartida para así determinar la carga máxima que puede soportar la placa manteniéndose dentro de los umbrales de tracciones y compresiones pre-establecidos.

3.1.3. Discretización con EF y análisis de la estructura

Dado que la primera parte del problema se basa en seleccionar la malla que va a ser empleada en el estudio de la carga máxima aplicable, se han estudiado diversos tipos de mallas tanto estructuradas como no estructuradas para de esta forma comparar la convergencia que cada malla ofrece.

Primero se han estudiado mallas estructuradas de elementos triangulares de 3 y 6 nodos, dado que el programa no permite mallar la superficie triangular de la placa con elementos triangulares. Por otra parte, se han estudiado también mallas no estructuradas de elementos triangulares de 3 nodos y de

elementos cuadriláteros de 4 nodos, dado que el programa no admitía que estos elementos fuesen cuadráticos.

La imagen 41 muestra la malla que ha sido seleccionada para llevar a cabo la segunda parte del problema donde se determinará la carga repartida máxima aplicable a la placa teniendo en cuenta los requisitos establecidos en el enunciado. En la sección 3.2. que se expone a continuación se razona la elección de esta malla.

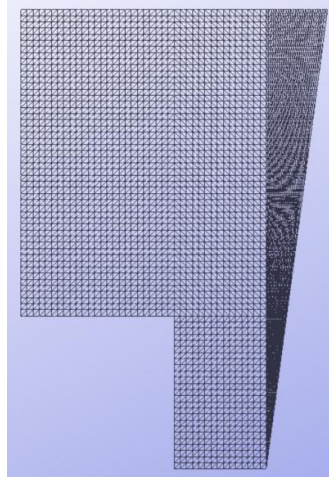


Imagen 41. Malla seleccionada. Malla estructurada de elementos triangulares de 6 nodos

3.2. Resultados y análisis de convergencia

En este apartado, como bien se ha explicado en el apartado anterior, se lleva a cabo el estudio de cada tipología de malla para así llegar a seleccionar aquella que mejor convergencia presente, entre otros aspectos. A continuación se muestran los resultados obtenidos para las mallas estructuradas de elementos triangulares de 3 y 6 nodos con sus respectivos análisis de convergencia en función del tamaño de malla empleado, es decir, del número de grados de libertad de la malla.

Tamaño de malla	# Nodos	NGL	 desplazamiento max. 	Error relativo
2	66	132	6.517	
1	184	368	6.288	3.6419
0.5	682	1364	6.2389	0.7870
0.25	2623	5246	6.2265	0.1991
0.2	4066	8132	6.225	0.0241
0.1	16137	32274	6.2276	0.0417

Tabla 12. Resultados obtenidos para una malla estructurada de elementos triangulares de 3 nodos

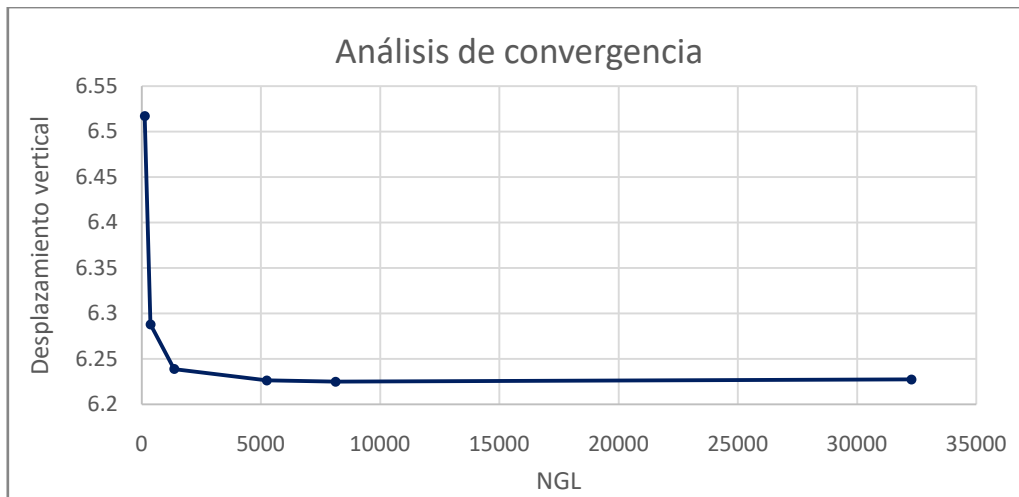


Imagen 42. Resultados obtenidos para una malla estructurada de elementos triangulares de 3 nodos

Tamaño de malla	# Nodos	NGL	desplazamiento max.	Error relativo
2	232	464	6.2202	
1	682	1364	6.2692	0.7816
0.5	2623	5246	6.2885	0.3069
0.25	10285	20570	6.2956	0.1128
0.2	16006	32012	6.2963	0.0111

Tabla 13. Resultados obtenidos para una malla estructurada de elementos triangulares de 6 nodos

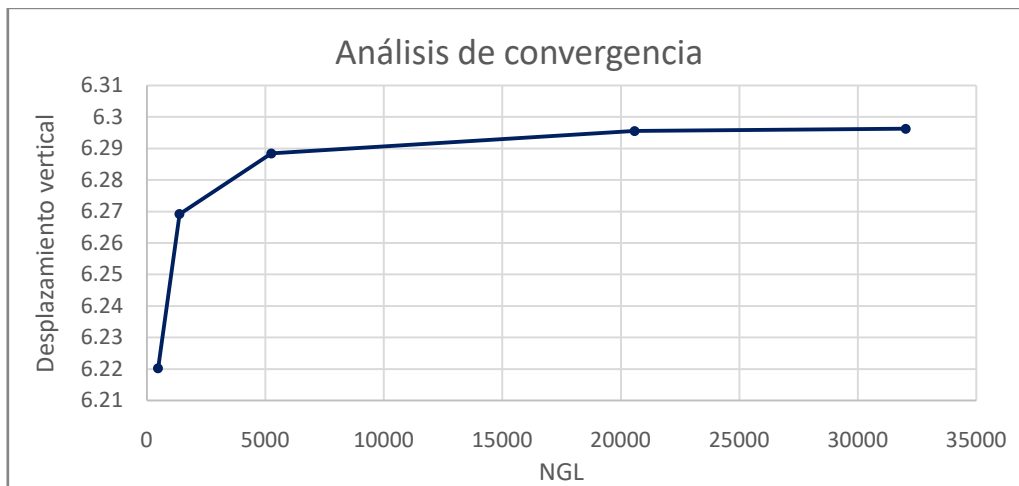


Imagen 43. Resultados obtenidos para una malla estructurada de elementos triangulares de 6 nodos

Tras haber estudiado la placa con elementos triangulares, se intentó emplear elementos cuadriláteros en la malla estructurada pero el programa no pudo mallar la superficie triangular bajo las condiciones de mallado impuestas. Por lo tanto, se procedió a estudiar la placa con una malla no estructurada con elementos triangulares de 3 nodos y cuadriláteros de 4 nodos. Sin embargo, no se han estudiado mallas no estructuradas de elementos triangulares de 6 nodos dado que tomaba elevados tiempos de cálculo, y por otra parte, el programa no admitía el uso de elementos cuadriláteros cuadráticos.

Tamaño de malla	# Nodos	NGL	desplazamiento max.	Error relativo
2	2608	5216	6.2253	
1	2608	5216	6.2251	0.0032

0.5	2674	5348	6.2268	0.0273
0.2	4297	8594	6.2287	0.0305
0.1	4357	8714	6.2287	0.0000

Tabla 14. Resultados obtenidos para una malla no estructurada de elementos triangulares de 3 nodos

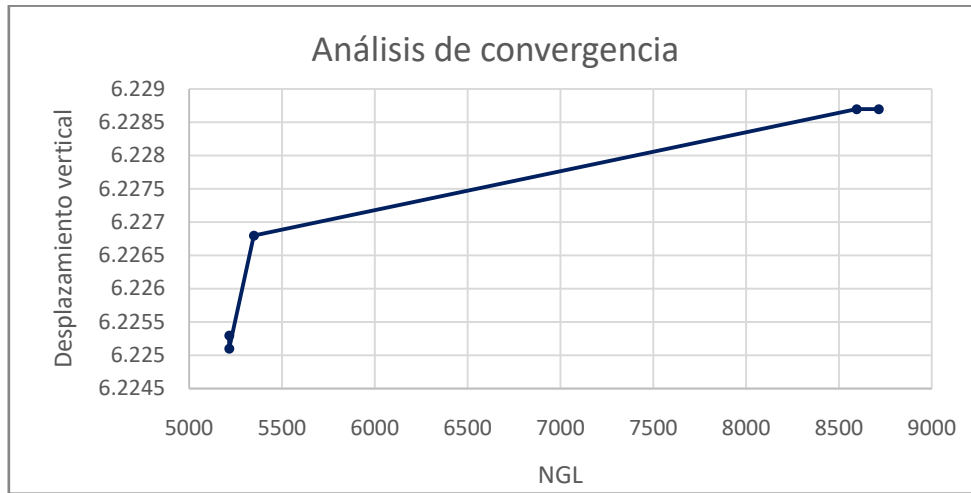


Imagen 44. Resultados obtenidos para una malla no estructurada de elementos triangulares de 3 nodos

Tamaño de malla	# Nodos	NGL	desplazamiento max.	Error relativo
2	3854	7708	6.2948	
1	3832	7664	6.274	0.3315
0.5	4056	8112	6.2926	0.2956
0.2	5956	11912	6.2927	0.0016
0.1	12034	24068	6.2931	0.0064

Tabla 15. Resultados obtenidos para una malla no estructurada de elementos cuadriláteros de 4 nodos

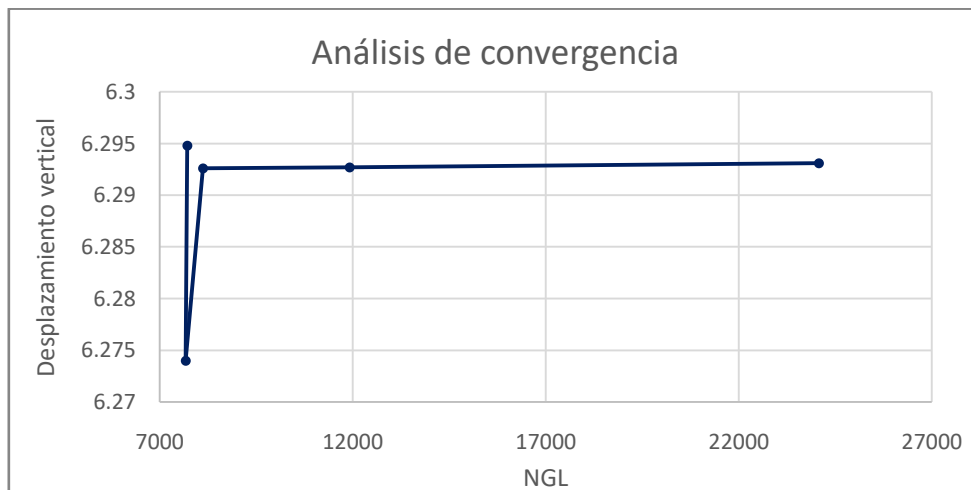


Imagen 45. Resultados obtenidos para una malla no estructurada de elementos cuadriláteros de 4 nodos

Una vez se han estudiado cada malla por separado, la imagen 43 muestra la respuesta de cada malla en función del número de grados de libertad de la placa para así tener una percepción global del comportamiento de cada malla en lo referente a la convergencia y así poder seleccionar la malla que se va a usar en la segunda parte del problema.

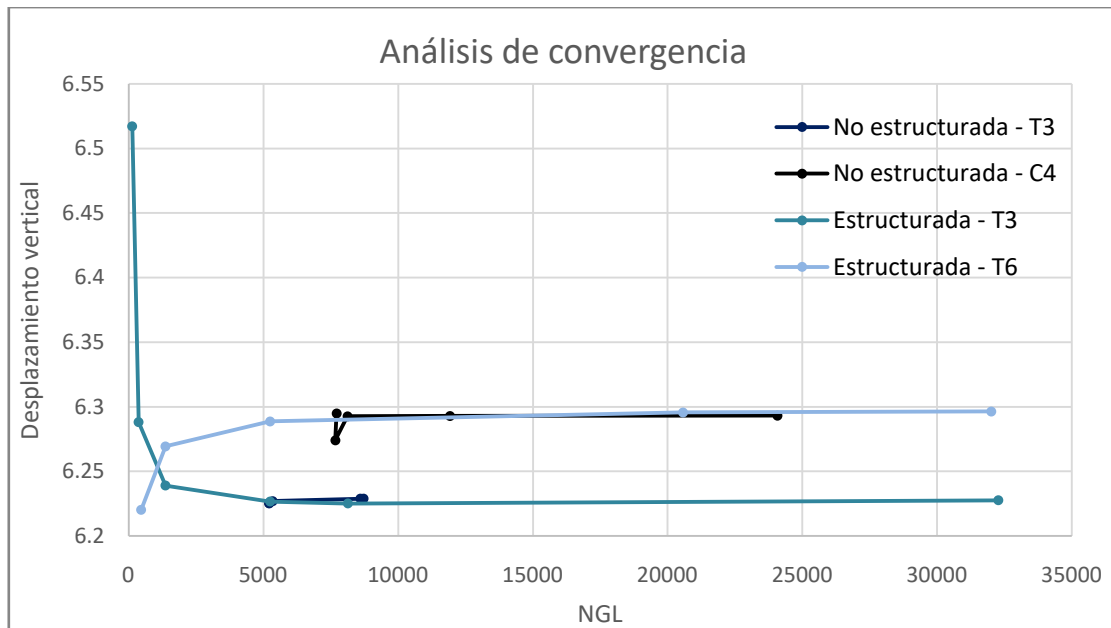


Imagen 46. Análisis de convergencia de cada tipo de malla estudiada.

Tal y como se puede observar en la imagen 43, las dos mallas que presentan mejores convergencias son las mallas estructuradas de elementos triangulares de 3 nodos y de 6 nodos. Para llevar a cabo la siguiente parte del estudio se ha tomado la malla estructurada de elementos triangulares de 6 nodos ya que si se observan las tablas 12 y 13, presenta menores errores relativos, aunque de forma ínfima. Además, los elementos cuadráticos triangulares presentan una mayor capacidad de precisión en lo referente a la geometría.

Las siguientes imágenes muestran los resultados obtenidos para un tamaño de malla estructurada de 0.2 de elementos triangulares de 6 nodos, el cual se ha seleccionado para el análisis de la carga repartida máxima que se expone a continuación.

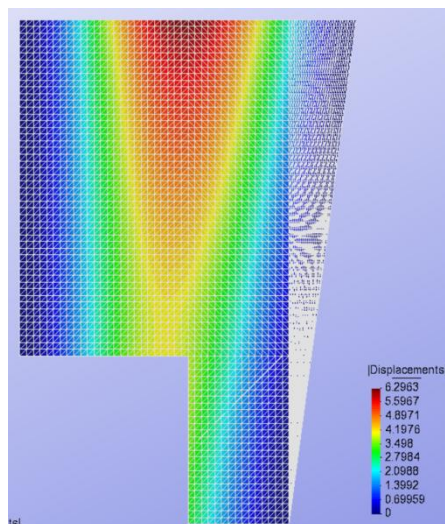


Imagen 47. Desplazamientos obtenidos con la malla estructurada con elementos triangulares de 6 nodos de tamaño 0.2

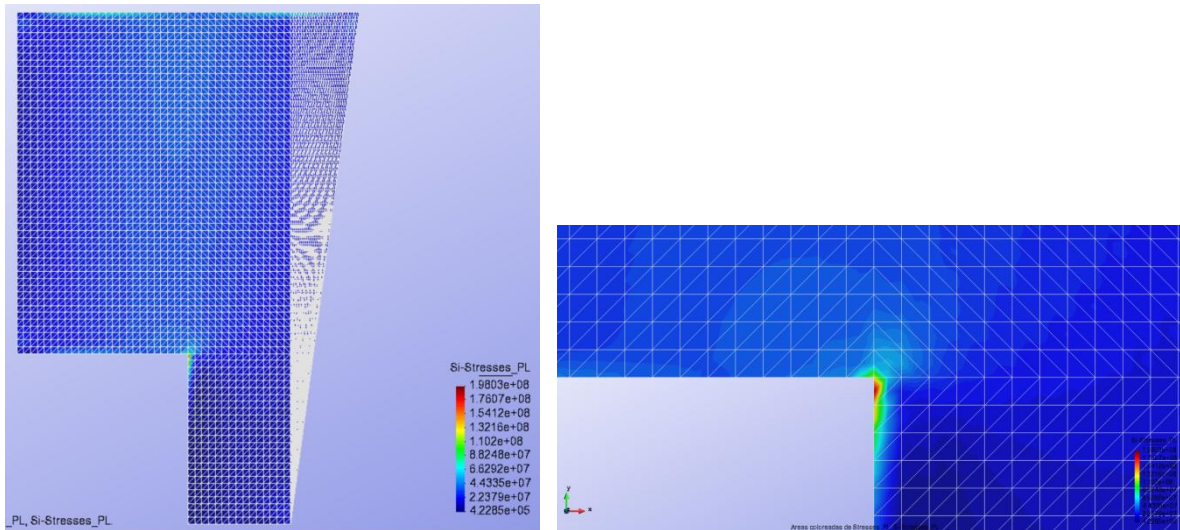


Imagen 48. Tensiones obtenidas con la malla estructurada con elementos triangulares de 6 nodos de tamaño 0,2

Es de mencionar que las máximas tensiones de compresión se dan en el punto de la placa donde existe un cambio de traza de 90°, lo que provoca una concentración de tensiones debido a la discontinuidad geométrica.

Una vez escogida la malla, el estudio se enfoca en la máxima carga repartida admisible para que la placa presente tensiones de tracción y compresión dentro de los umbrales pre-establecidos en el enunciado de 30 MPa.

Tras haber hecho varias pruebas previas con diferentes cargas se ha observado que la placa no presenta tensiones de tracción, por lo que la máxima carga repartida aplicable no estará restringida por las tracciones máximas de la placa, sino las tensiones de compresión.

La tabla 16 presenta los desplazamientos y compresiones máximas en la placa en función de la carga aplicada sobre la placa.

Carga [KN/m ²]	desplazamiento máx.	Compresiones máx. [MPa]
10000	6.2963	198.03
5000	3.1462	98.953
3000	1.8861	59.322
1500	0.9411	29.599
1000	0.6261	19.692
100	0.0591	1.8577

Tabla 16. Resultados obtenidos según la carga repartida aplicada

Dado que el máximo está establecido en 30 MPa, la carga repartida máxima que se le puede aplicar a la placa es 1500 KN/m². Dado que este número no es muy exacto, se ha querido estudiar la correlación entre la carga repartida aplicada a la placa y la tensión de compresión máxima que presenta la placa. La imagen 49 muestra la relación lineal que existe entre la carga repartida y las tensiones de compresión que sufre la placa.

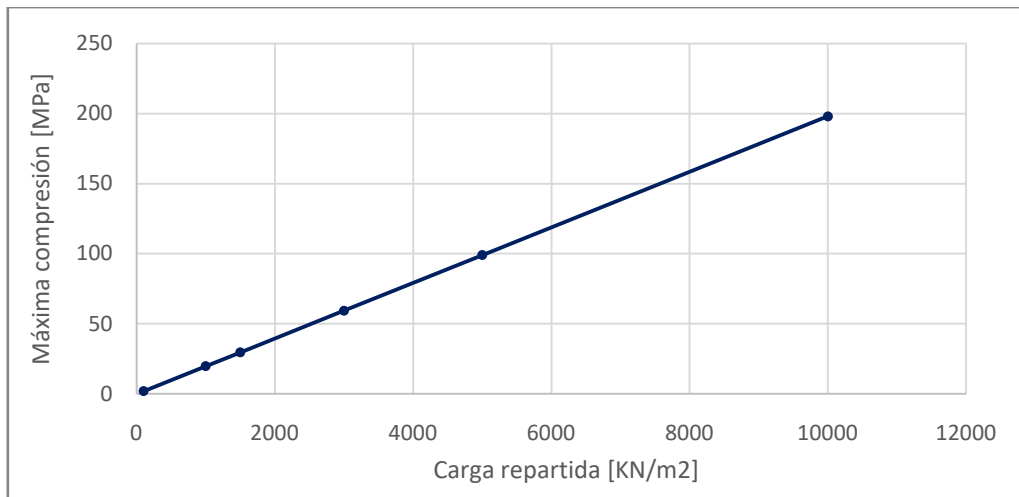


Imagen 49. Máxima compresión en función de la carga repartida aplicada sobre la placa

La imagen 50 muestra los resultados obtenidos para los desplazamientos y las tensiones para una carga repartida de 1500 KN/m².

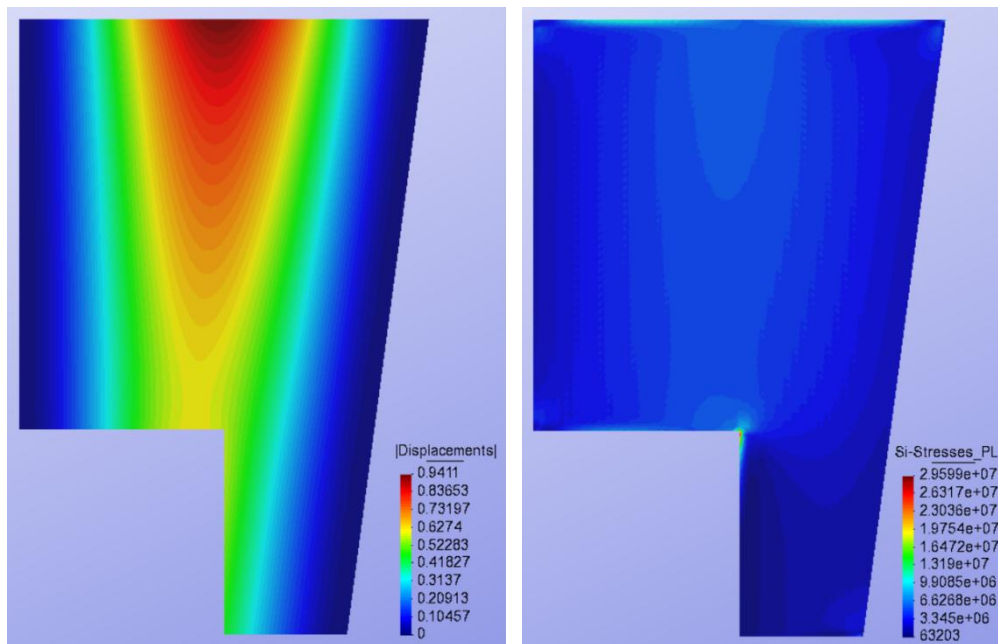


Imagen 50. Resultados obtenidos para la carga máxima aplicable 1.500 KN/m²

3.2.1. Conclusiones

Tras haber efectuado el estudio tanto de la malla como el de la carga máxima admisible, se puede concluir que la malla que mejor convergencia ofrece es la malla estructurada con elementos triangulares de 6 nodos, aunque la de 3 nodos también presenta una convergencia muy parecida. Por otro lado, la máxima carga distribuida admisible es de 1500 KN/m², y observamos además la relación lineal que se establece entre la carga repartida y las tensiones de compresión máximas presentes en la placa, las cuales se encuentran en la zona de discontinuidad geométrica de 90°.