



TREBALL FINAL DE CURS

1er problema

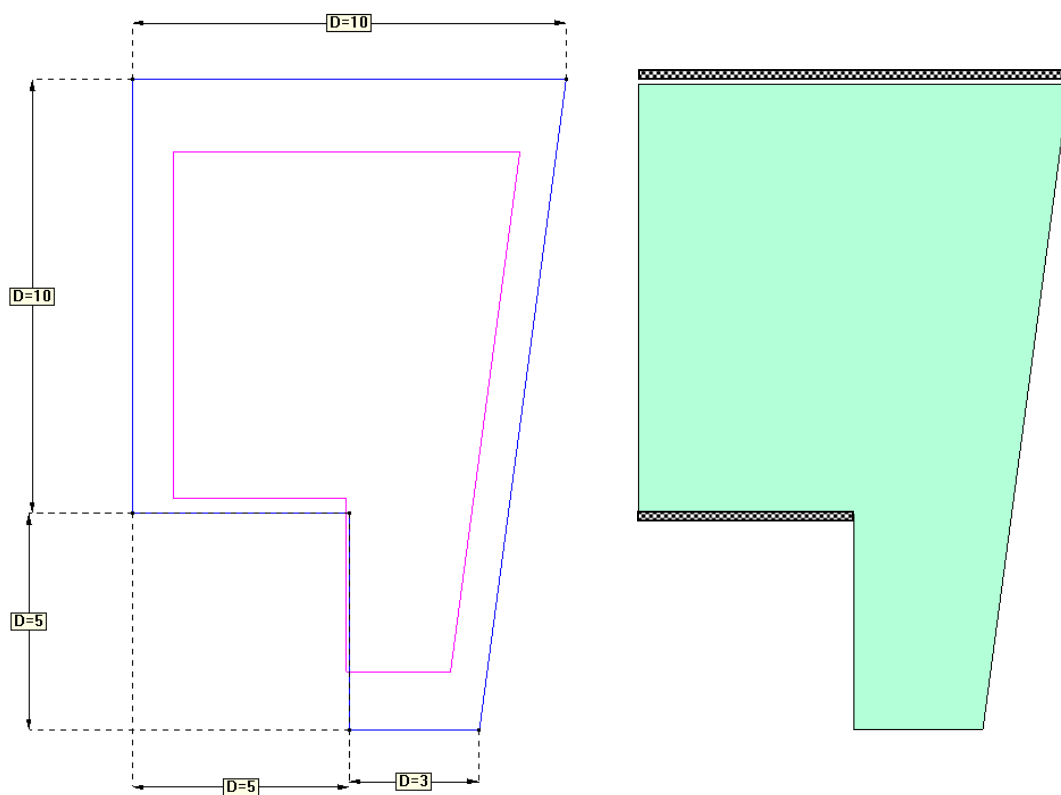
Enginyeria d'Estructures

Joan Muñoz Liesa

Problema L - 65

1. Introducció del problema

En aquest exercici, es proposava l'aplicació del mètode dels elements finits amb el programa GiD amb el tipus de programa Ramseries per l'anàlisi de plaques com és el problema que ens ocupa. Així es podrà calcular i dimensionar una placa plana de formigó armat subjecta a una càrrega uniformement distribuïda i empotrada en els extrems horitzontals superior i inferior (corresponent a les zones ombrejades) tal i com mostra la figura:



Concretament, el problema planteja quina càrrega màxima es podrà aplicar a la placa per tal que no es satisfacin les condicions següents:

- Les **compressions** màximes no poden superar els 30 MPa en qualsevol punt.
- Les **traccions** màximes no poden superar els 30 MPa en qualsevol punt.
- Els valors adoptats del mòdul de Young del formigó serà de $30G \text{ N/m}^2$ i el coeficient de poisson serà de $\nu = 0,20$
- L'espessor de la placa serà de 0,25 metres.

A partir d'aquestes primeses, i seguint l'ordre amb el que es presentaran els resultats, es calcularà les càrregues actuants següents:

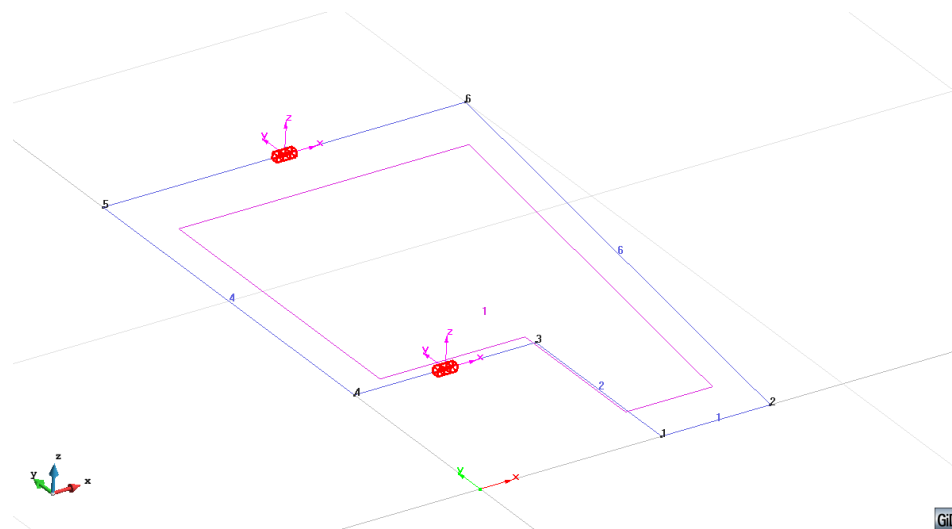
- i) Pes propi (25000 N/m^3)
- ii) Pes propi i càrrega uniforme ($25000 \text{ N/m}^3 + q$)

Per tal d'estudiar les solucions que dóna el programa, es compararan els resultats obtinguts en funció de la dimensió de la malla, que repercutirà en el número de graus de llibertat per així estudiar la convergència dels resultats.

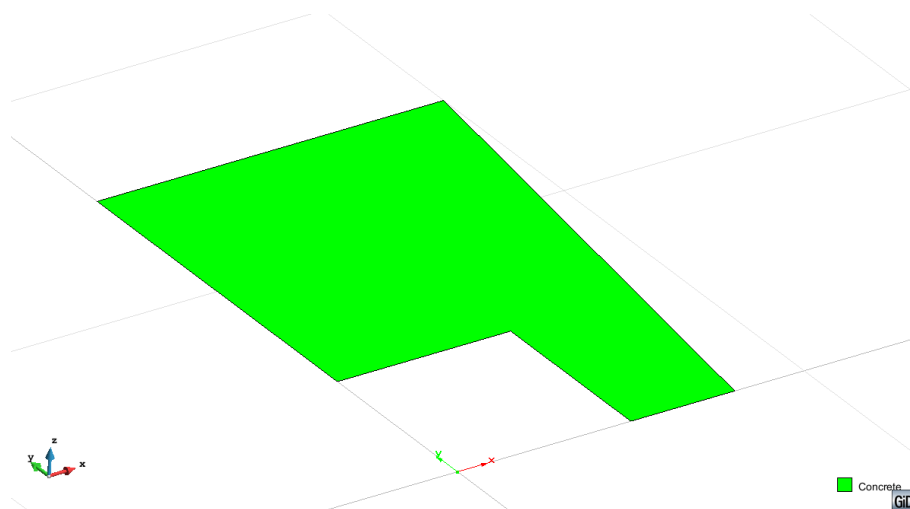
2. Metodologia d'estudi

Per definir el model s'han seguit els passos següents, que han sigut:

1. **Definició del tipus de problema** (problem data): es defineix com un problema per anàlisi de plaques, en que es té en compte el pes de la pròpia estructura.
2. **Definició de la geometria**: introduint les coordenades de cada punt, segons les dades i la geometria exposada en l'introducció del problema. Es pot comprovar la confecció d'aquesta geometria en la figura a continuació.
3. **Condicions de contorn en desplaçaments**: restriccions en tots els desplaçaments i girs en els contorns empotrats, tal i com s'ha indicat i com es pot comprovar en la següent figura:



4. **Càrregues aplicades**: aplicació de la càrrega uniformement distribuïda per la placa, per tal determinar quina és la màxima sense superar les tensions indicades.
5. **Material**: introducció del material amb 30 e9 MPa , $\nu = 0.2$, i un espessor de $0,25 \text{ m}$:



6. Generació de la malla: utilització d'elements **triangulars de 3 nodes**, els quals s'anirà modificant la seva mida per aconseguir una millor precisió i realitzar així l'estudi de convergència. S'ha utilitzat aquests elements en base els resultats experimentats a les altres pràctiques durant el curs i ja que:

- i) Els elements triangulars són els elements que més número d'elements permeten en comparació amb altres tipus d'elements, adaptant-se millor a la geometria de l'estructura.
- ii) Tenen menor cost computacional els triangulars de 3 nodes que els de 6, tot i que convergeixen més lentament. Com que la mida de malla utilitzada és prou fina, els resultats són pràcticament idèntics amb els de 3 nodes que amb els de 6, i com que ens interessa el menor cost computacional, s'han adoptat pels elements triangulars de 3 nodes.
- iii) Els elements triangulars tenen una millor resposta estructural que els quadrilàters sobretot en els problemes en que la flexió és important, ja que són més rígids en els esforços de tallant. Això podria causar l'efecte de bloqueig per tallant.

7. Càlcul del model: amb les dades ja introduïdes, per cada malla es calcula el model.

8. Postprocès: finalment s'obté els desplaçaments i tensions requerides.

3. Dimensionament de les càrregues

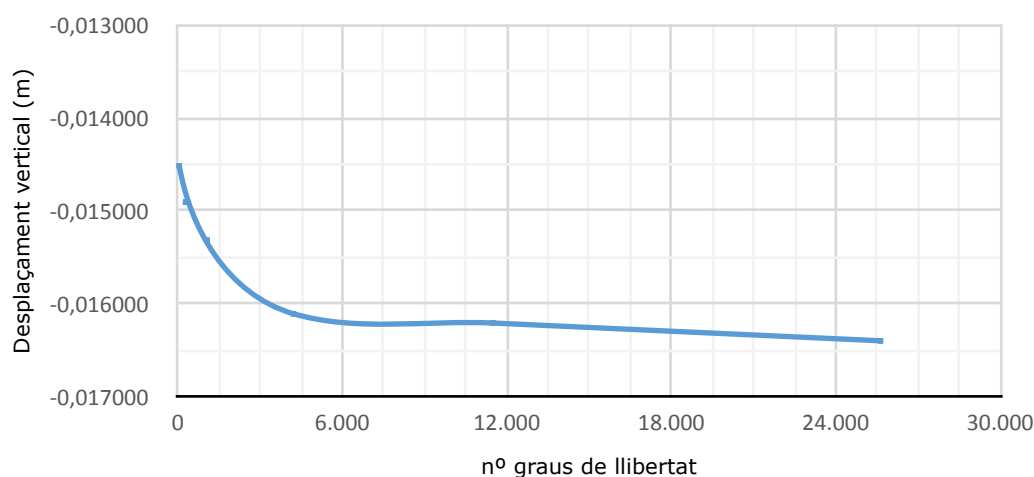
3.1. Convergència de resultats

En primer lloc, s'ha fet un anàlisi de convergència del model a calcular per comprovar **la malla necessària** per obtenir uns **resultats adequats** i així poder fer el dimensionament.

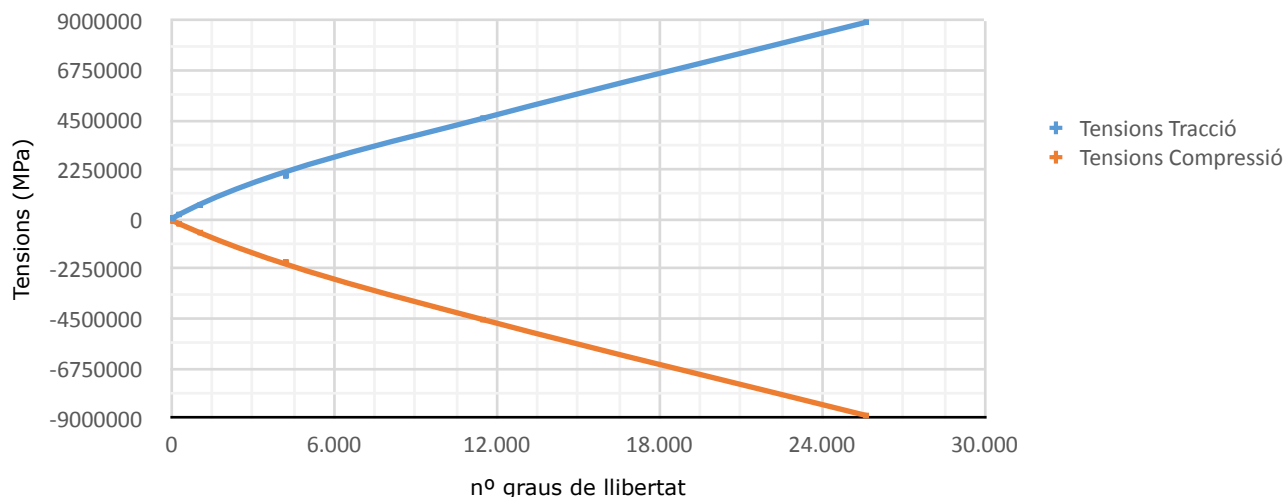
Per aquest anàlisi, s'ha considerat la placa en primera instància **sense càrregues**, considerant per tant només el pes propi. Utilitzant elements triangulars de 3 nodes tal i com s'ha explicat s'han obtingut els resultats següents:

Mida malla	Nodes	Nº gdl	Desplaçament Z	Traccions màx	Compressions màx
2,5	27	54	-0,014513	6,8744E+04	-6,4730E+04
1	141	282	-0,0149050	2,2361E+05	-1,9461E+05
0,5	532	1064	-0,0153150	6,5704E+05	-5,9432E+05
0,25	2109	4218	-0,0161060	1,9730E+06	-1,9236E+06
0,15	5747	11494	-0,0162060	4,5716E+06	-4,5280E+06
0,10	12816	25632	-0,0163970	8,9120E+06	-8,8642E+06

Convergència desplaçaments verticals



Convergència tensions

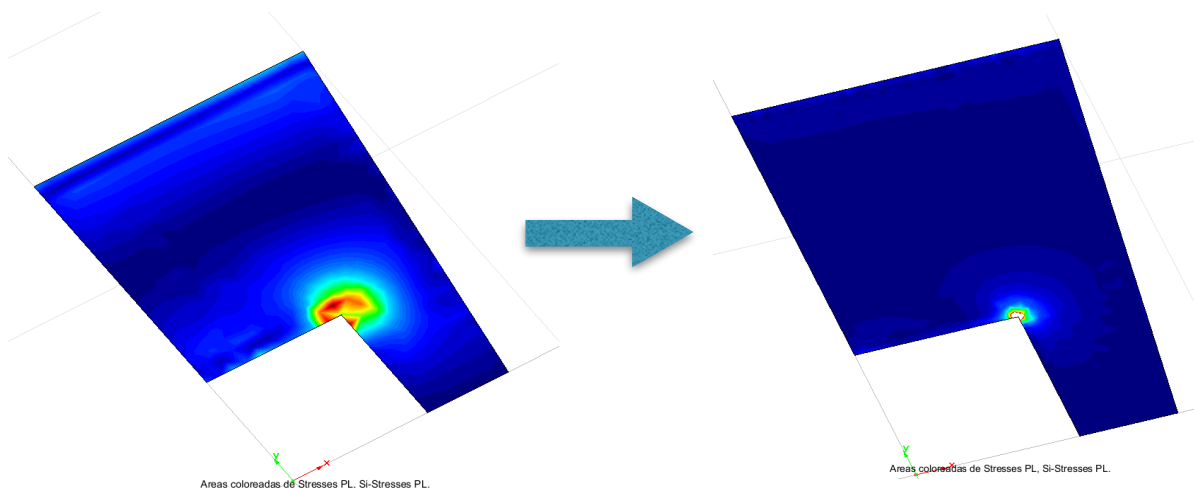


Com es pot comprovar en els resultats presentats, els desplaçaments verticals de la placa convergeixen clarament. En canvi, les **tensions no convergeixen** ja que augmenten a mesura que es refina la malla aquestes no tendeixen a un determinat valor, tal i com es pot veure en la gràfica de convergència i en els resultats numèrics presentats en vermell.

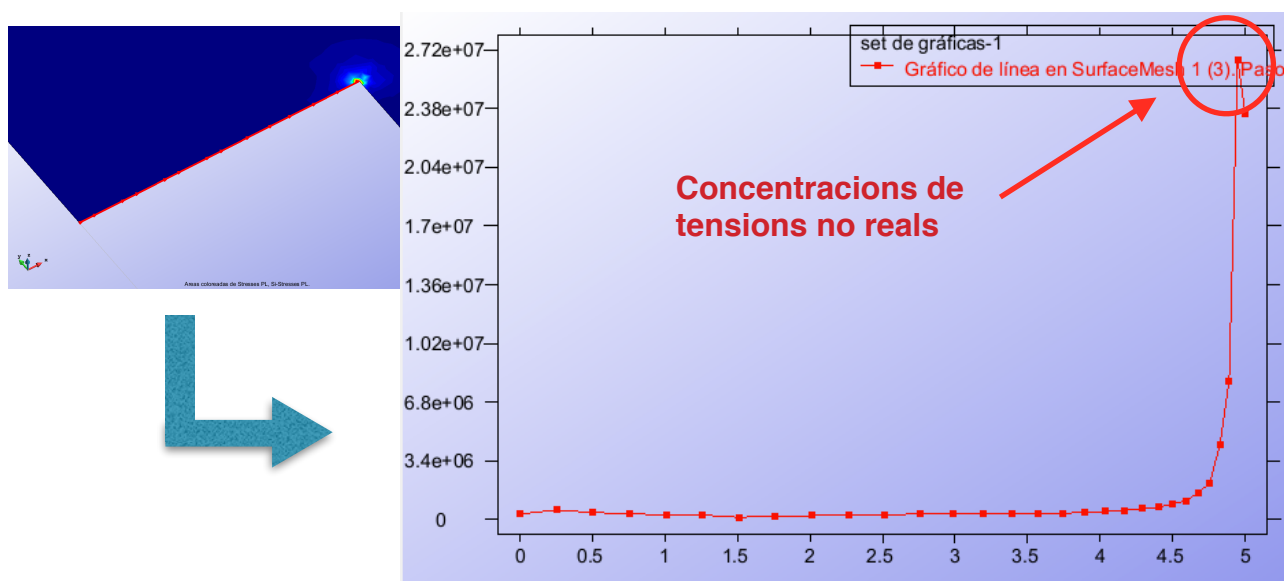
Aquest problema és degut a una **concentració de tensions**, degut a la geometria i condicions de contorn de la placa. Aquest problema es tractarà en el següent apartat.

3.2. Anàlisi de la problemàtica de les concentracions de tensions

La no convergència dels resultats presentats demostra la concentració de tensions. Aquest és un error típic de l'aplicació del mètode d'elements finits en les **zones anguloses** i pot comprovar gràficament:



Així, a mesura que es **refinava** la malla, **més concentrades es feien les càrreges**. Fent un perfil de les tensions del costat inferior emportat, també es pot comprovar aquest problema:



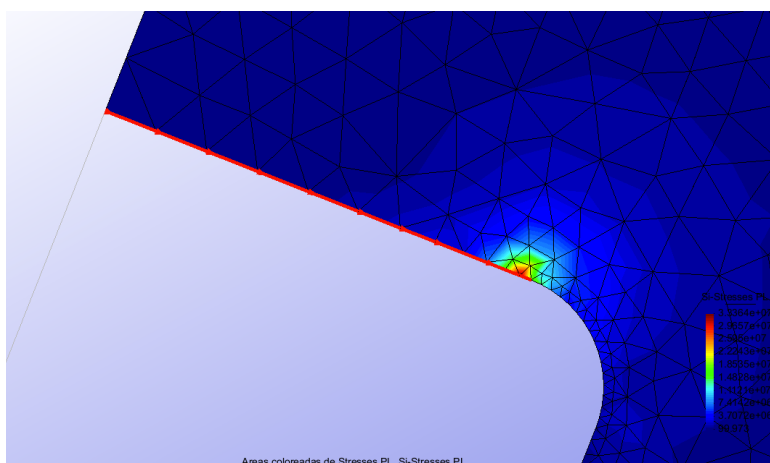
En el gràfic es pot veure com a partir dels 4,5 metres del cantell de la placa, el **pendent** de les tensions canvia bruscament degut a aquestes concentracions de tensions.

3.3. Solució per les concentracions de càrregues

Com s'ha explicat, aquestes concentracions són inherents a la geometria i les condicions de contorn del problema. Malgrat això, s'ha mirat de solucionar-ho de les següents maneres:

a) Arrodoniment del vèrtex conflictiu

Arrodonint el vèrtex on es concentraven les tensions amb una circumferència d'un metre de radi, s'han obtingut els següents resultats:

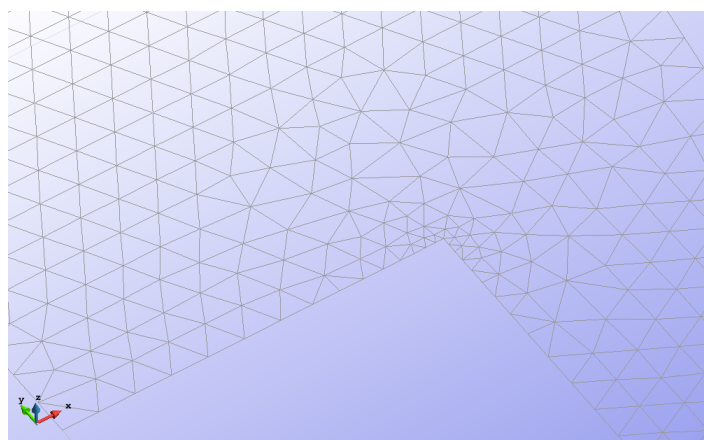


En la figura es pot comprovar com així l'única cosa que s'ha aconseguit és traslladar la problemàtica en un altre punt. Per això, aquesta modificació no resulta ser una sol·lució.

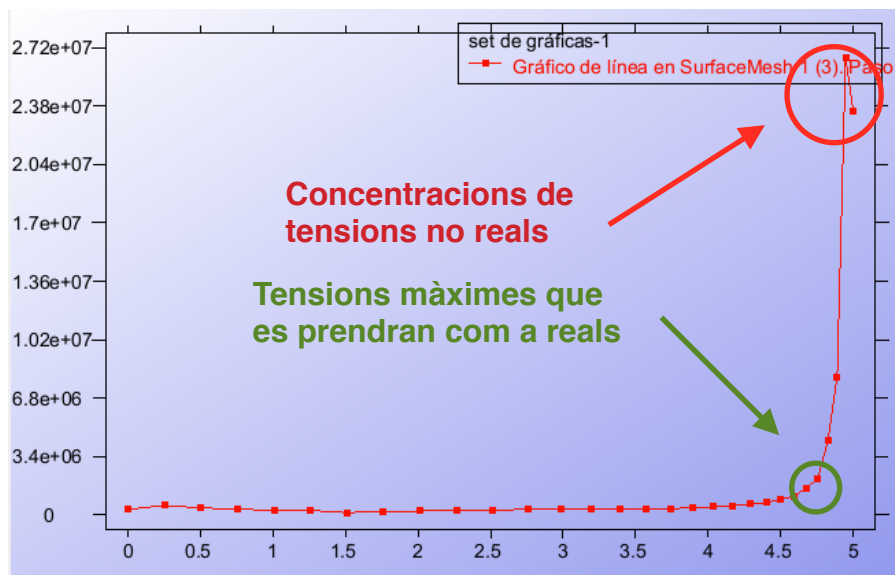
b) Malla progressiva del vèrtex conflictiu

La segona opció que s'ha provat ha sigut definir una malla 5 vegades més petita que en la resta del model, per així acotar més el punt problemàtic sense augmentar tant el cost computacional que suposaria fer aquesta malla fina en tota l'estructura.

Els resultats han seguit sent els mateixos. Tot i així s'ha considerat com a la millor opció, doncs el problema és inherent a la geometria de la figura.



Així, s'ha decidit per prendre la malla més refinada i com que les tensions representades no són reals, alhora de fer el dimensionament **es consideraran les tensions reals fins abans del canvi del pendent¹**, amb un cert marge de seguretat tal i com s'explicarà més endavant.



3.4. Convergència de resultats amb refinament progressiu de la malla

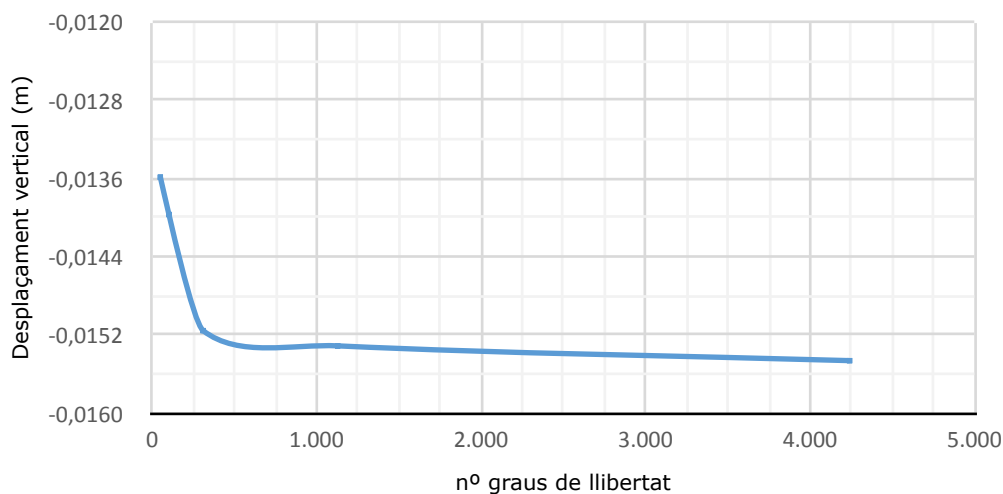
En base la sol·lució explicada, s'ha tornat a analitzar de nou la convergència dels resultats amb una **malla progressiva** (5 vegades més petita que la resta del model) en el punt conflictiu on es troba la concentració de tensions.

En aquest cas, a més a més s'ha aplicat una **càrrega de 100 N/m²** per tal de comprovar la convergència també en cas d'aplicar càrregues en l'estructura. Els resultats han sigut els següents:

Malla punt conflictiu	Malla model	Nodes	Nº gdl	Desplaçament Z	Traccions màx	Compressions màx
1	5	25	50	-0,013586	9,9121E+04	-8,2522E+04
0,5	2,5	51	102	-0,0139670	4,0529E+05	-3,6369E+05
0,2	1	155	310	-0,0151540	1,4415E+06	-1,4069E+06
0,1	0,5	564	1128	-0,0153100	6,7592E+06	-6,7085E+06
0,05	0,25	2120	4240	-0,0155610	2,4887E+07	-2,4800E+07

¹ Aquesta decisió ha estat proposada pel professorat com a l'única sol·lució al problema explicat en vistes de no poder eliminar el problema de cap manera, ja que aquest és inherent a la geometria i les condicions de contorn de la placa.

Convergència desplaçaments verticals



On es pot comprovar de nou que les **tensions no convergeixen**, encara que els desplaçaments sí que ho fan tal i com es pot veure en la següent figura:

Així, els càlculs presentats a partir d'ara es faran a partir de la malla més refinada en que s'ha pogut comprovar en que convergien els resultats. Per tant s'utilitzarà una mida de **0,05 metres** en el punt conflictiu i una mida de **0,25 metres** per la resta de l'estructura.

3.5. Dimensionament de la màxima càrrega distribuïda aplicable

Per dimensionar les càrregues, s'han fet varies iteracions i s'ha anat comprovant com afectaven a l'estructura i en concret en el punt on es concentraven les tensions.

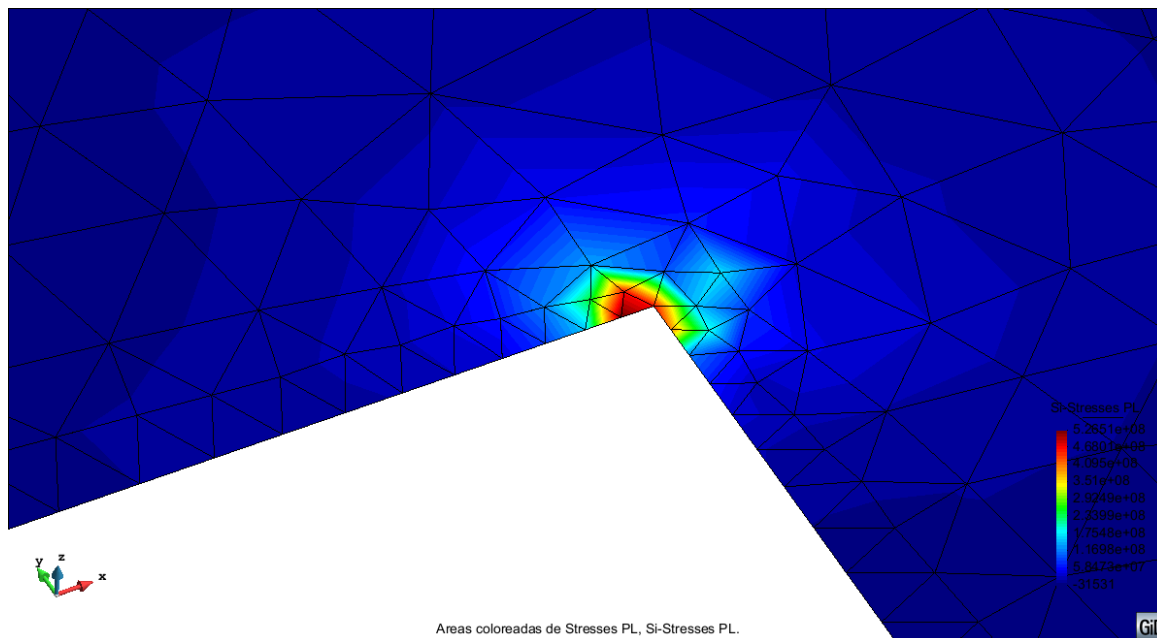
A partir dels **resultats gràfics** de les tensions de tracció i compressió s'ha anat distingint el límit de tensions màximes (30 MPa tant en tracció com en compressió²), respectant un cert marge de seguretat des del punt on es concentraven les tensions.

Finalment, s'ha conclòs que la **màxima carrega aplicable seria de 78.500 N/m²** en base els resultats gràfics i numèrics que es presenten a continuació. Tenint en compte la densitat del formigó suposada (25000 N/m³) i l'espessor de la placa, es trivial calcular que la màxima carrega que esta suportant la placa considerant el pes propi de l'estructura és en total de $78500 + 6250 = 84.750$ N/m².

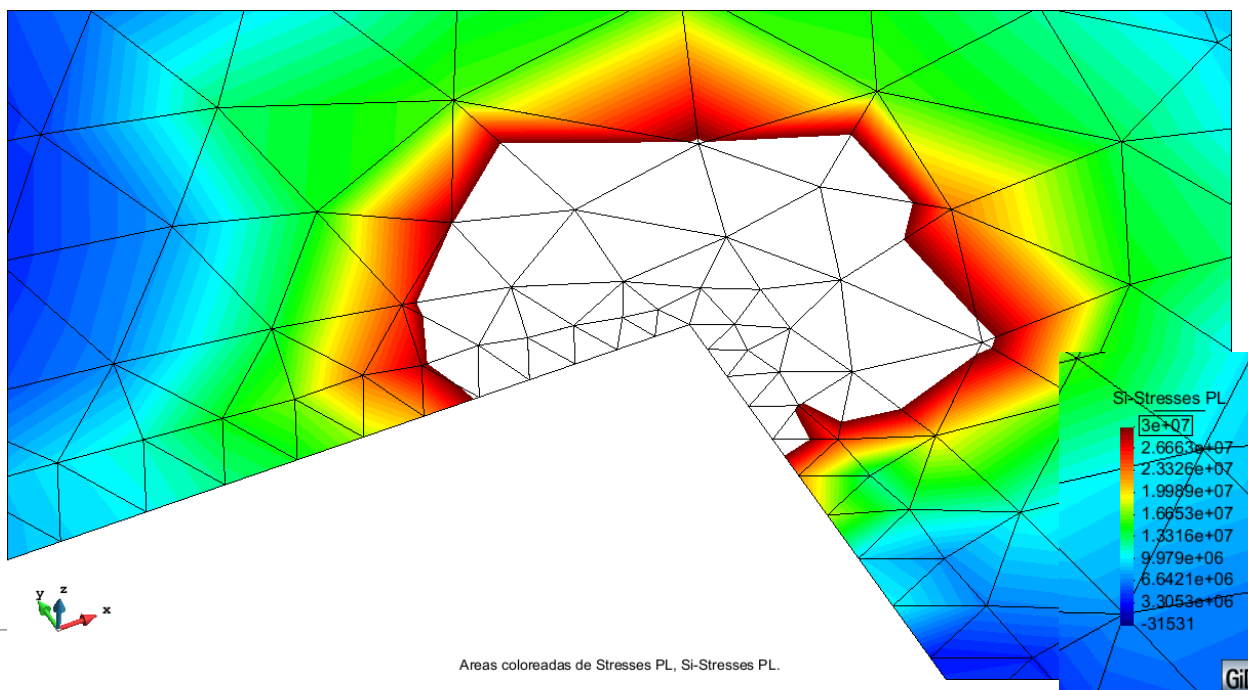
² Aquestes tensions màximes són raonables per un formigó estàndard en compressió, però en un cas real 30 MPa no serien raonables per la resistència a tracció. Per tant el resultat obtingut té un propòsit acadèmic i no respondria a la realitat per aquest motiu.

Tot i així, aquest valor màxim és aproximat i per tant qualitatiu, obtingut segons les limitacions del programa i el seu posterior anàlisi. Per tant, degut aquest problema en l'aplicació dels MEF en aquesta estructura en concret, caldria verificar amb altres metodologies aquesta càrrega màxima aplicable i en concret el valor de les tensions en el punt conflictiu.

a) Tensions màximes tracció (tensions principals Si):



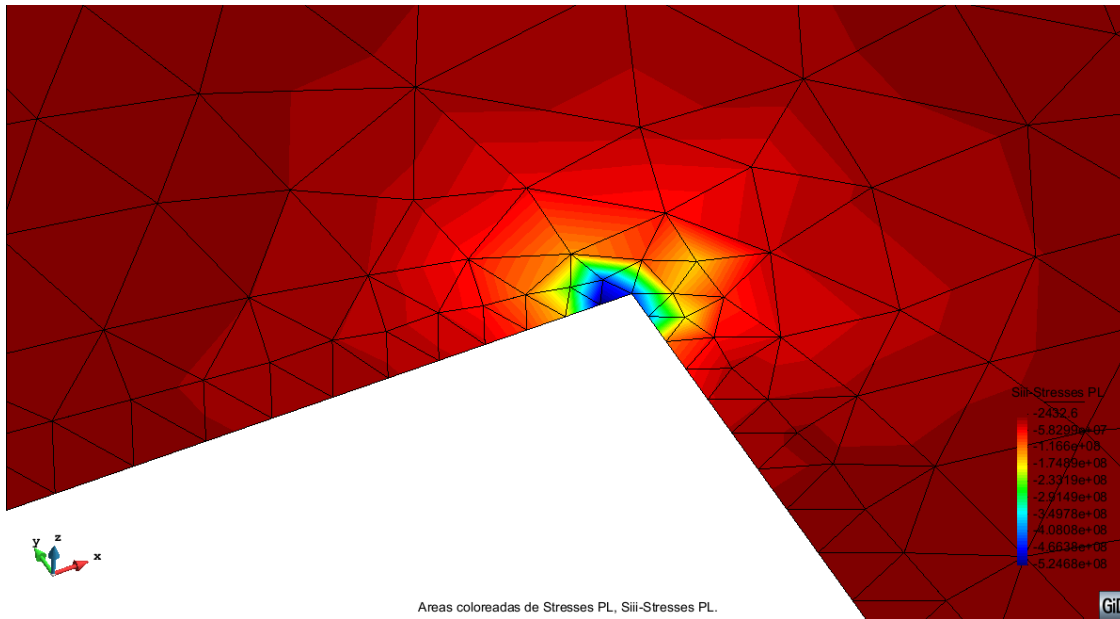
Com es pot comprovar, la zona de traccions més elevada afecta sobretot als dos elements de la malla més pròxims al vèrtex, superant les tensions màximes establertes pel problema mentre que a la resta del model són molt més baixes. Per seguretat, però, s'ha considerat que les tensions màximes admissibles estiguessin situades a un **cert marge del vèrtex**. Limitant en el programa les traccions màximes als **30 MPa**, es pot veure en color la zona que queda per sota d'aquestes tensions, mentre que les tensions que queden per sobre s'han eliminat del model:



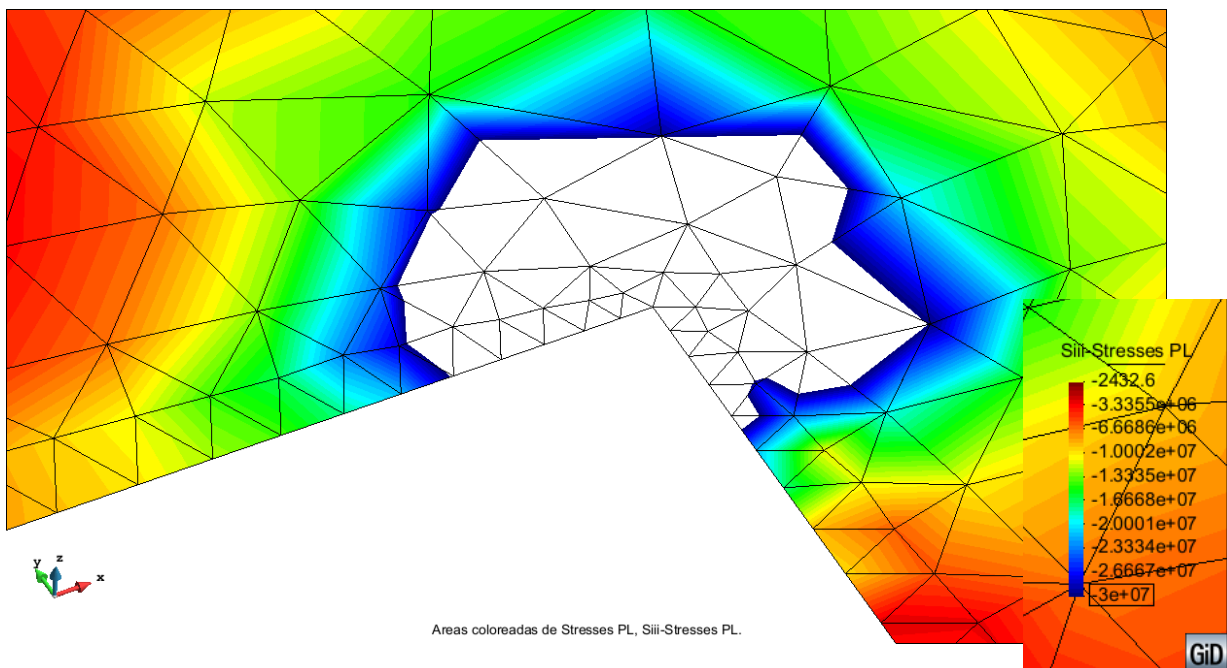
Així doncs, es pot veure que menyspreant aquest punt i un marge ampli de seguretat, per la resta de la placa les traccions màximes no serien superades tal i com més endavant es presentaran en el capítol dels resultats.

b) Tensions màximes compressió (tensions principals Siii):

Pel que fa a les compressions, de manera anàloga a les traccions, tenim una distribució de tensions que supera les màximes admissibles en el vèrtex, mentre que en la resta del model les tensions queden **molt per sota**. En la següent figura es mostren aquests resultats:

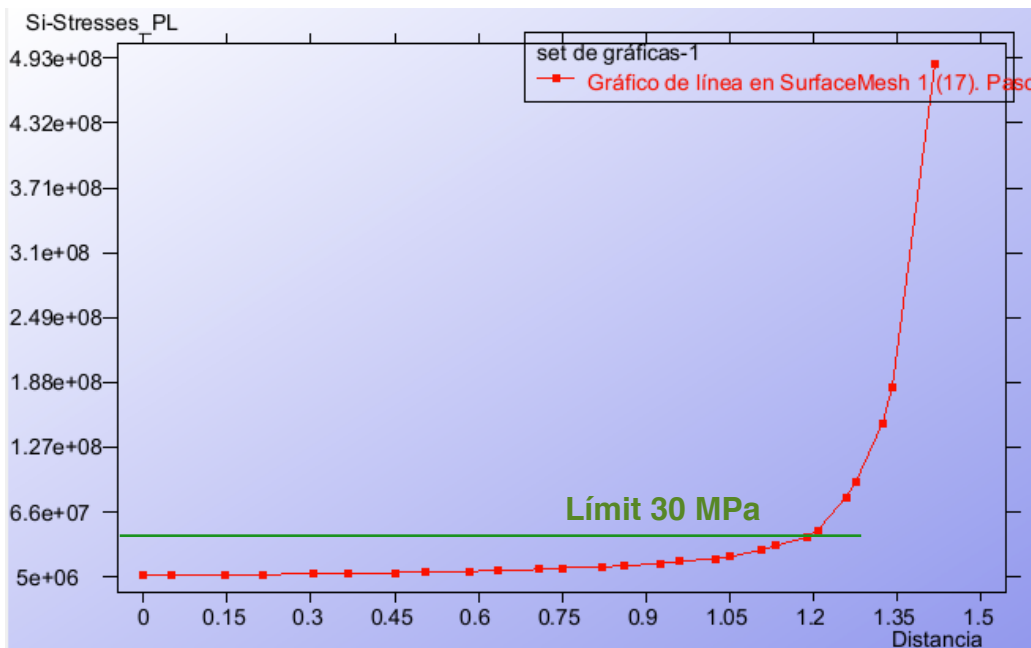


Menyspreant les tensions en el vèrtex tal i com s'ha fet en el cas de les traccions i definint un màxim de 30 MPa de compressió, les tensions en aquesta zona queden distribuïdes de la següent manera:

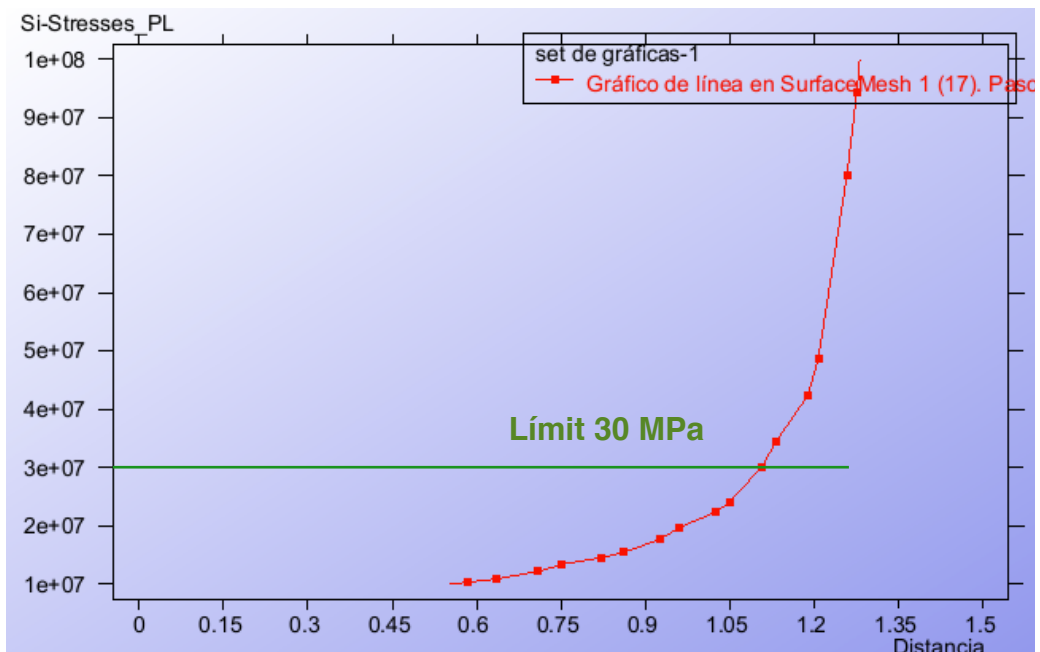


En aquesta darrera figura es pot veure que s'ha definit un **marge** prou ampli de seguretat respecte el punt conflictiu per la càrrega màxima definida. La resta de la placa compliria amb les compressions màximes permeses tal i com també es comprovarà en els resultats que es presentaran en l'anàlisi dels resultats tenint en compte la càrrega dimensionada.

Els resultats gràfics presentats es poden comprovar amb els perfils de tensions. En les figures presentades a continuació es pot veure com les traccions màximes permeses (30MPa) es situen just abans del canvi de pendent de les tensions i afegint un cert marge de seguretat, ja que es considera que més enllà del canvi de pendent les tensions no són reals. Les compressions no s'han adjuntat però s'han comprovat igualment i tenen un perfil semblant al presentat.



Ampliant la zona del canvi del pendent podem observar millor el canvi de pendent:



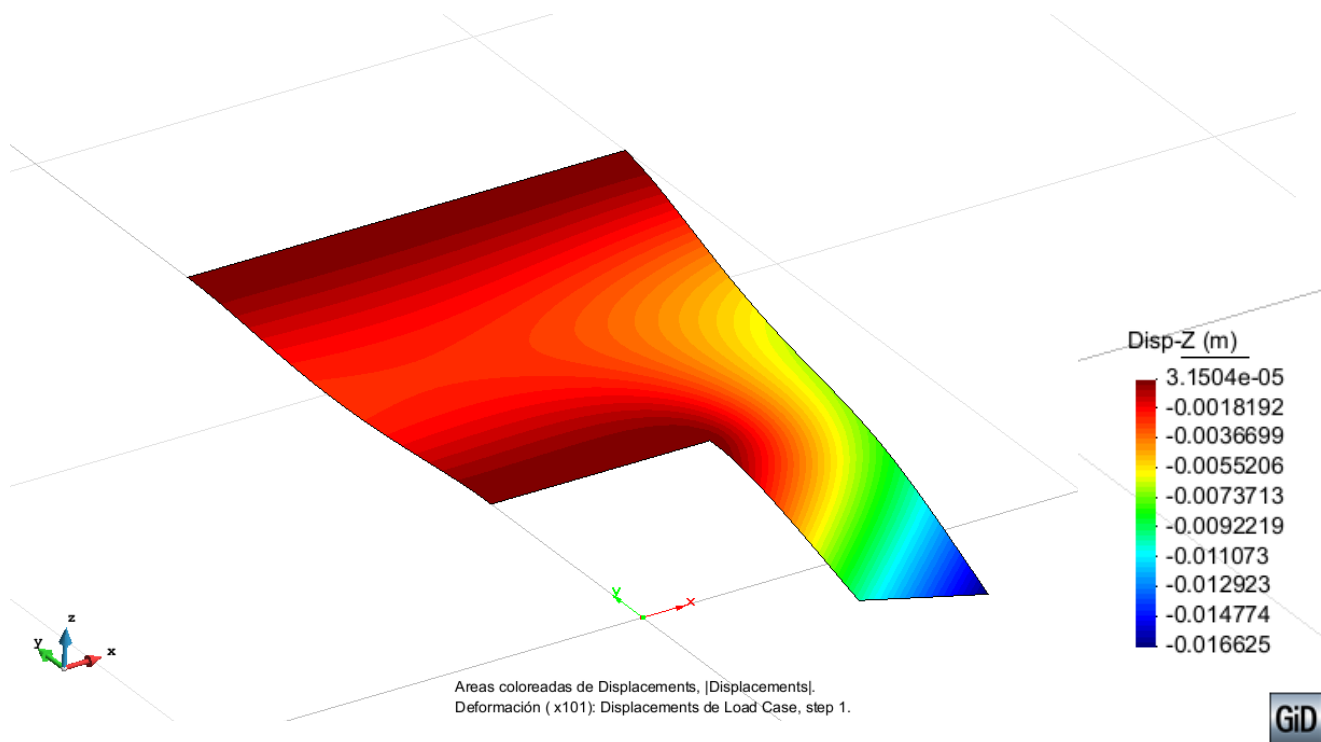
4. Anàlisi dels resultats obtinguts

4.1. Considerant el pes propi

En aquest apartat es presenten els resultats de l'anàlisi estructural tenint en compte només el pes propi de l'estructura (25000 N/m^3). De fet a l'apartat 3.1 s'ha fet l'anàlisi de convergència per aquest cas, on es detallen també els resultats per les diferents malles. Així, en aquest apartat es presenten només els resultats de la malla més refinada, de valor 0.05 en el node on es concentren les tensions i 0.25 per la resta del model.

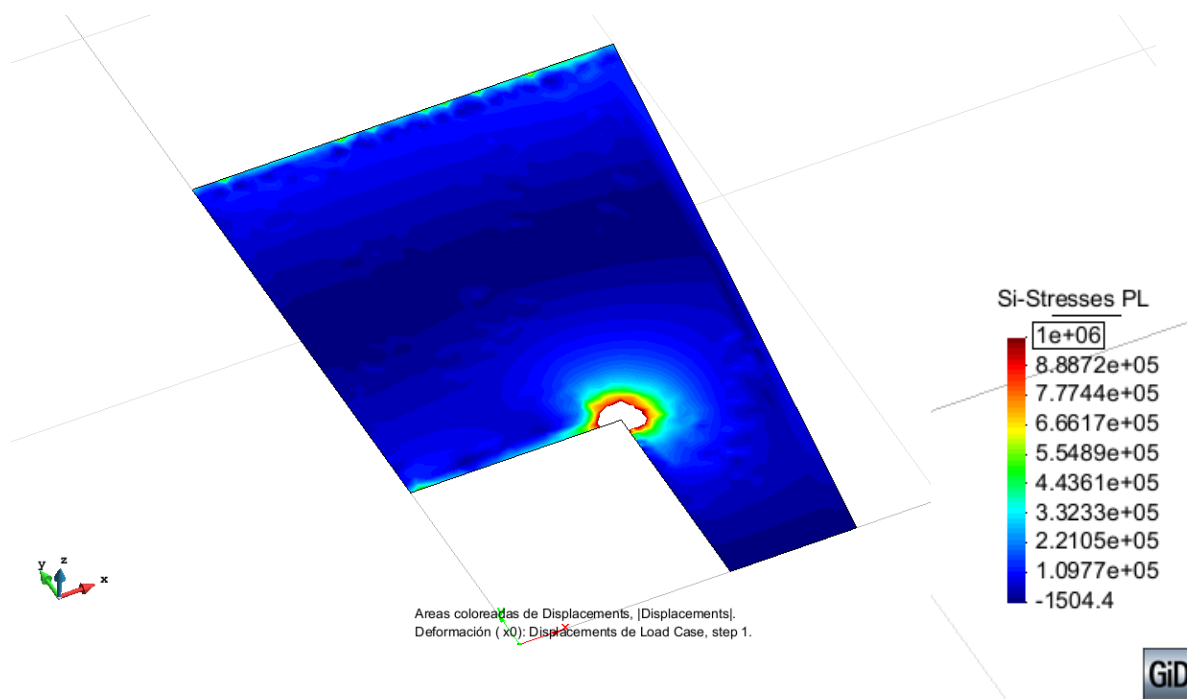
a) Desplaçaments en l'eix vertical (z)

En la següent figura es pot veure com els desplaçaments es troben en l'extrem en voladiu, mentre que els extrems empotrats és cada cop menor. També, en el punt mig entre els dos empotraments es produeix un màxim relatiu dels desplaçaments verticals, d'uns 0,4 cm de valor. La fletxa màxima arriba a un valor descendent de 1,66 cm.



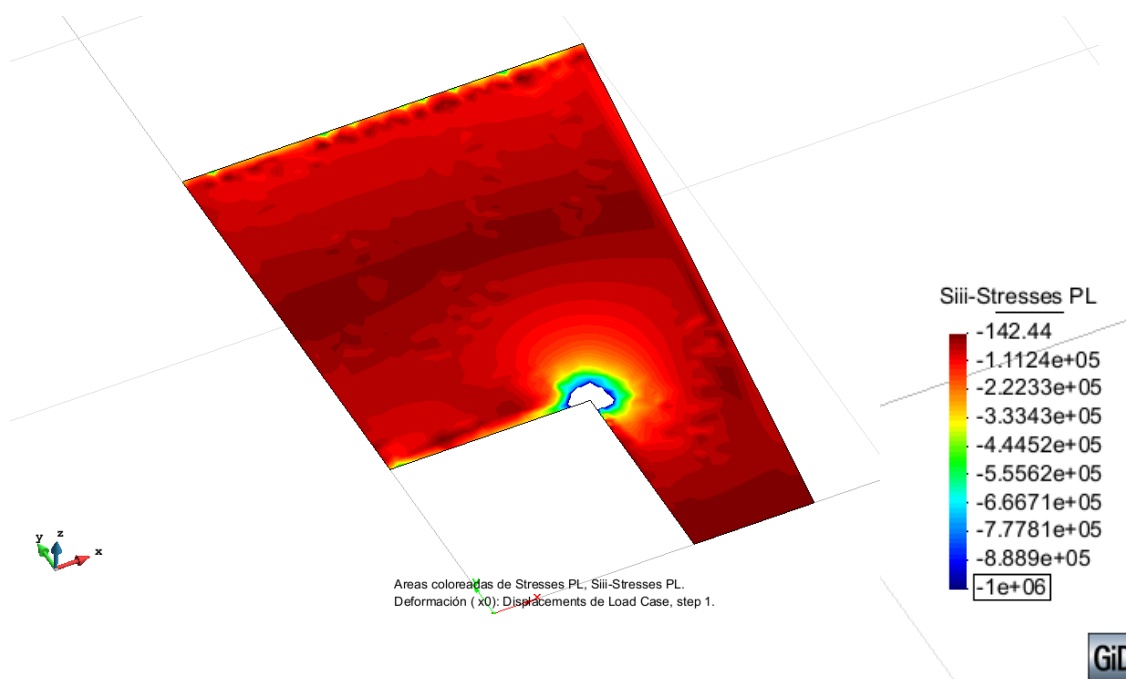
b) Tensions màximes tracció (tensions principals S_i):

Pel que fa a la distribució de tensions màximes, es pot comprovar que aquestes es concentren al voltant del punt conflictiu i els empotraments (zones més blaves més clares). Tot i així, en general prenen uns valors molt per sota de les permeses amb càrrega (0,5 MPa).



c) Tensions màximes compressió (tensions principals Siii):

Les tensions màximes de compressió es concentren de la mateixa manera que en el cas anterior en els empotraments i al voltant del punt conflictiu, tal i com es pot veure en la següent figura:



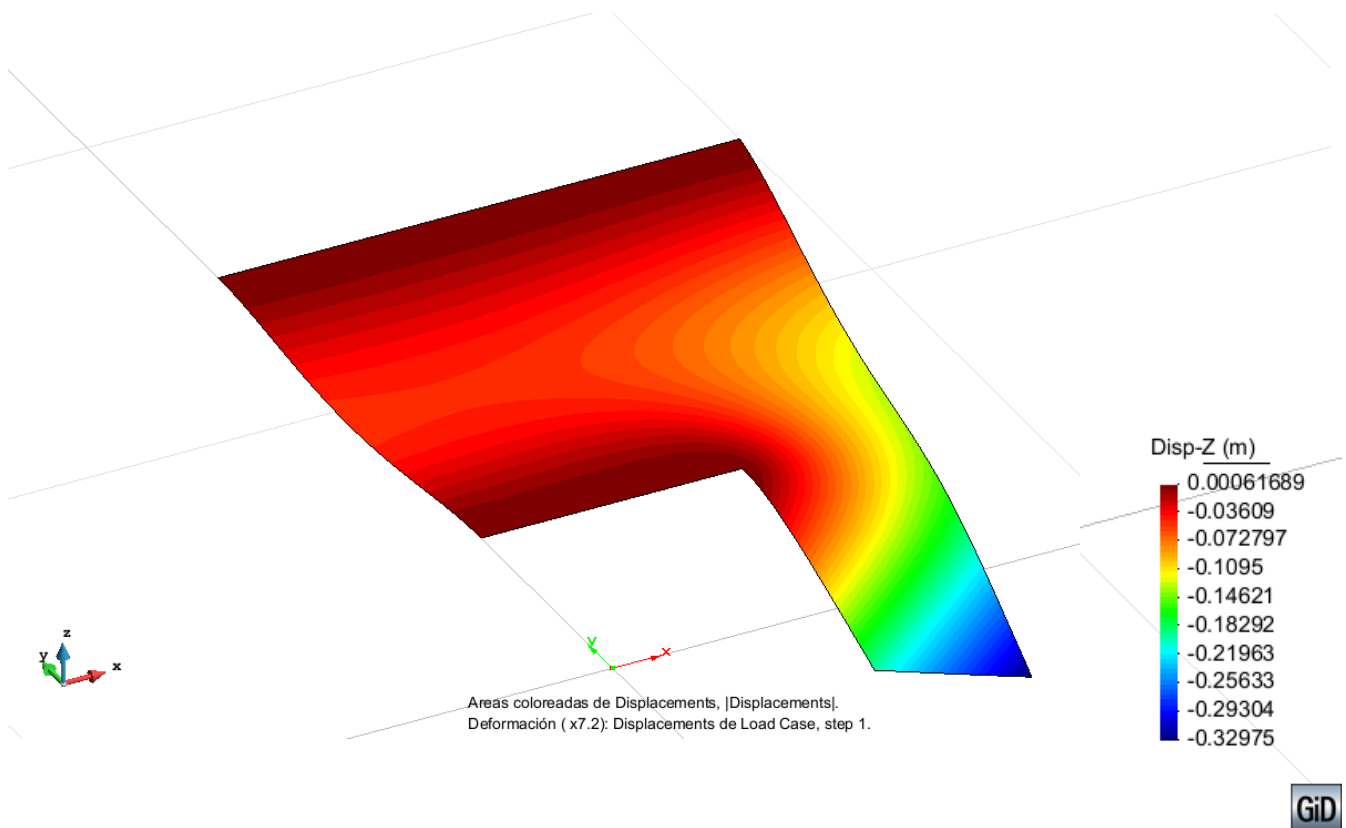
4.2. Considerant el pes propi i la càrrega distribuïda

A continuació es presenten els resultats obtinguts per la càrrega màxima descendent, tenint en compte el pes propi de la mateixa estructura i la càrrega anteriorment dimensionada (25000 N/m³ + **78500 N/m²**) per tal no es superin les tensions màximes de tracció i compressió de 30 MPa en qualsevol punt de l'estructura.

a) Desplaçaments en l'eix vertical (z)

Com mostra la deformada de la figura, es pot veure com en els emportaments (zona granat) el desplaçament és nul mentre que a l'extrem més inferior, al ser lliure hi trobem el màxim desplaçament màxim vertical, amb una fletxa màxima de valor -0,32975 metres, és a dir, **-32,975 cm**. També es produeix un màxim relatiu entre els dos costats empotrats d'uns **7cm**. La resta de desplaçaments en x i y no tenen especial interès i en tot cas els màxims desplaçaments en x o y es trobarien en el mateix punt que en z.

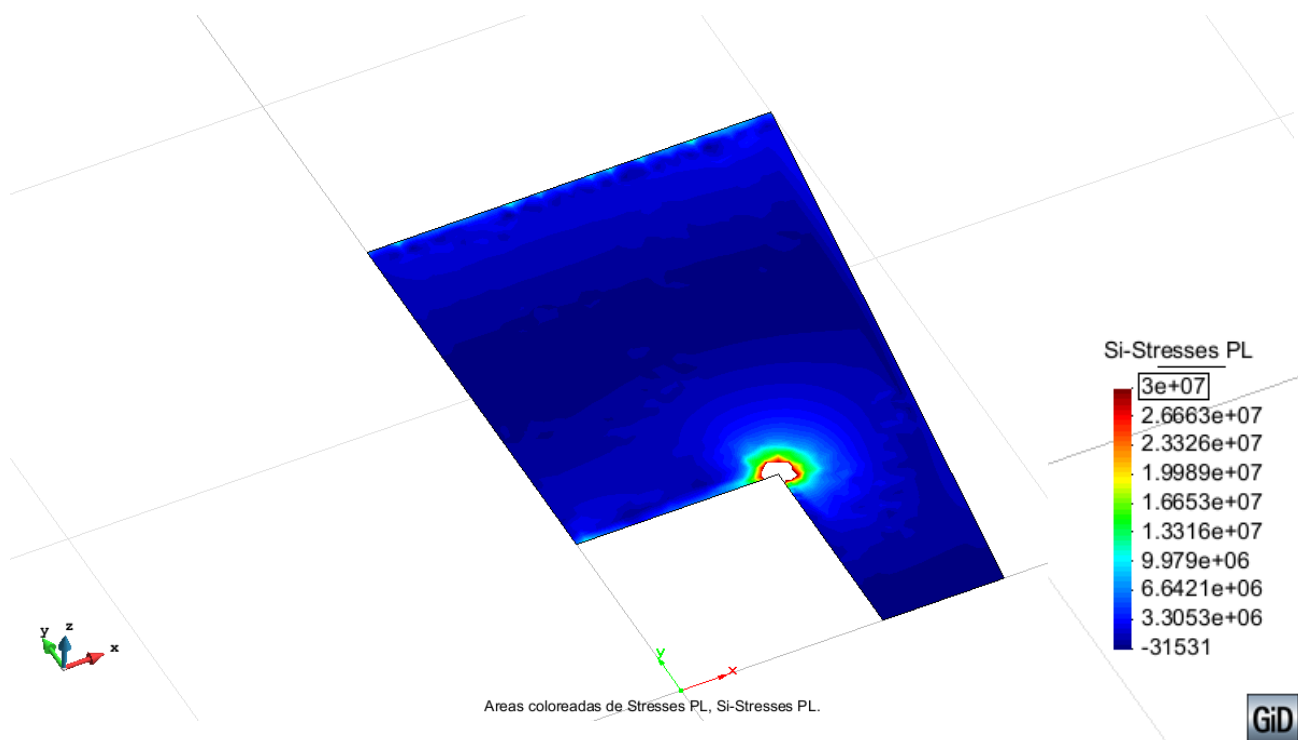
Per tant, gràficament es pot comprovar fàcilment com el resultat es coherent i l'esperat per les condicions i càrregues aplicades.



b) Tensions màximes tracció (tensions principals Si):

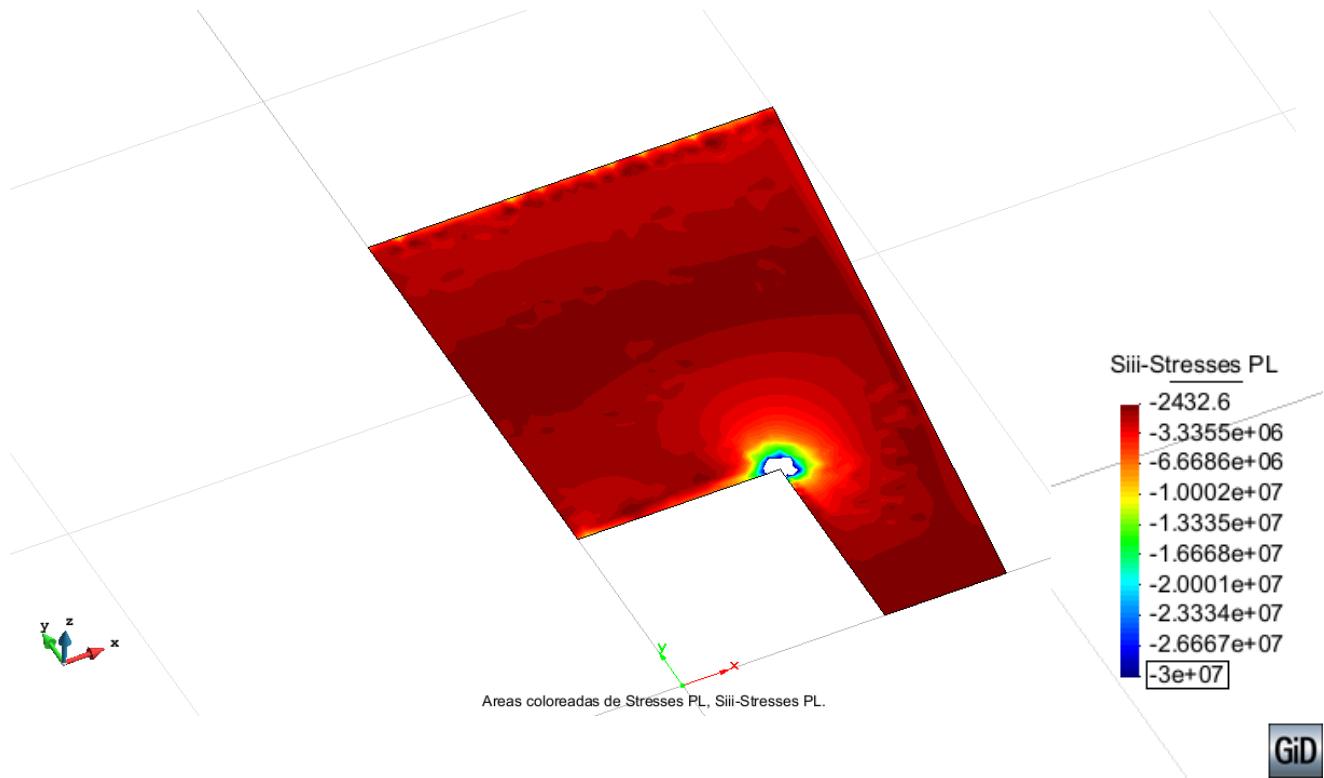
A continuació es presenten els resultats de les tensions amb la càrrega màxima dimensionada anteriorment. Com s'ha explicat i com es pot veure, la següent figura s'han acotat les càrregues màximes a 30 MPa per visualitzar millor la distribució de tensions en la resta del model, de manera que no queden representades les càrregues que superen aquest valor. Així, els tons blavosos de la placa corresponen a càrregues inferiors, de l'ordre dels 3 MPa i per tant compleixen sobradament les tensions màximes tal i com ja s'havia avançat.

També es pot veure com els valors més elevats de tensions (amb un color blau més pàl·lid) es troben com és lògic, als voltants del punt de concentracions de tensions i als empotraments.

**c) Tensions màximes compressió (tensions principals Siii):**

De la mateixa manera que en cas anterior, es presenten en la següent figura els resultats de les tensions de compressió màximes, limitant els valors superiors de 30 MPa. Així, els valors més elevats de 30 corresponen al punt de concentracions de tensions i no estan representats per cap color.

També igual que en l'anterior cas, la majoria de la placa treballa a una tensió molt inferior a la exigida, de l'ordre de 3MPa (en compressió). Es pot comprovar com les tensions majors es troben prop dels empotraments i el punt crític.



5. Conclusions

En aquest problema, s'ha pogut comprovar el comportament del model proposat amb l'aplicació d'un programa d'elements finits i a la vegada les seves limitacions. En general, el comportament estructural és l'esperat sobretot pel que fa la deformada dels desplaçaments verticals.

L'estat de tensions però, presenta limitacions en aquesta geometria d'aquest model en concret, ja que es produeixen concentracions de tensions en l'angle recte de la placa. Prova d'aquest comportament erroni del programa s'ha demostrat amb les diferents mides de malles que **no convergeixen** a una mateixa tensió, sinó que augmentaven a mesura que es refinava la malla, mentre que els desplaçaments sí convergien.

Malgrat les solucions proposades per solucionar-ho, seguia existint concentracions de tensions fictícies que impedié estudiar més fàcilment la resta del model que sí reflectia correctament l'estat tensional. Per aquest motiu, s'ha analitzat el model a partir del perfil de tensions i exclouent amb un cert marge de seguretat aquestes tensions pic fictícies i així concloure la càrrega màxima distribuïda que es pot aplicar sense superar els límits de tensió establerts és de 78500 N/m². Per estudis més precisos però, queda clar que caldria refer els càlculs amb altres metodologies per tal de corroborar els resultats obtinguts i aconseguir la distribució de tensions amb precisió en el punt conflictiu.

En aquest sentit cal destacar el bon comportament de la malla progressivament més refinada en el punt conflictiu, que ha servit per acotar més el problema de les concentracions de tensions a la vegada que així s'ha pogut mantenir un **cost computacional raonable**. En canvi, per aquest nivell de detall en tota la malla hagués impossibilitat fer aquest càlcul.



TREBALL FINAL DE CURS

2n problema

Enginyeria d'Estructures

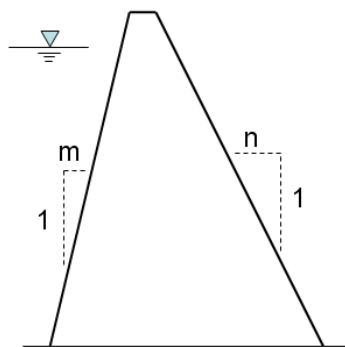
Joan Muñoz Liesa

Problema S - 9

1. Introducció del problema

En aquest exercici, es proposava l'aplicació del mètode dels elements finits amb el programa GiD amb el tipus de programa Ramseries per l'anàlisi de sòlids bidimensionals i tridimensionals per estudiar el problema plantejat. Així es podrà calcular i dimensionar una presa de formigó de 60 metres d'altura subjecta al pes propi de la presa i de l'empenyiment de càrregues hidrostàtiques. Es farà un anàlisi 2D i en 3D, considerant les geometries tal i com mostren les següents figures:

Anàlisi 2D:

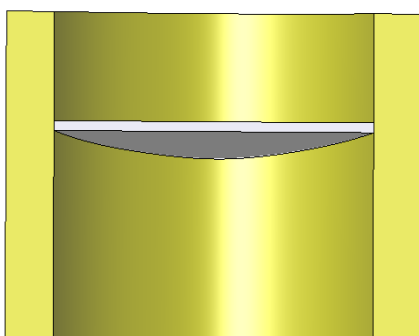


Altura presa: $H = 60$ m
 Amplada coronació = 4 m
 Altura nivell aigua: $h = 58$ m

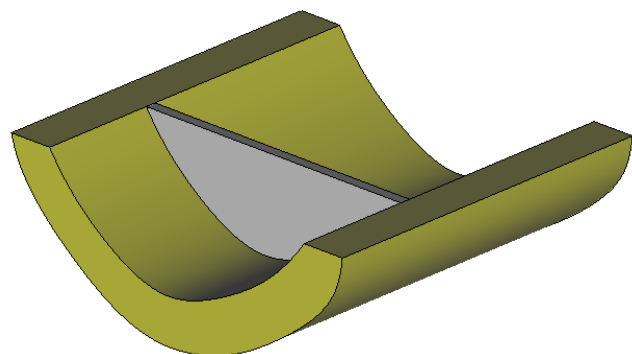
$0.0 < m < 0.2$
 $0.7 < n < 0.9$
 $0.75 < m + n < 1.0$

En que el terreny per sota la presa es considerarà centrat respecte la base de la presa, de 200 metres de longitud i un ample de 30 metres.

Anàlisi 3D:

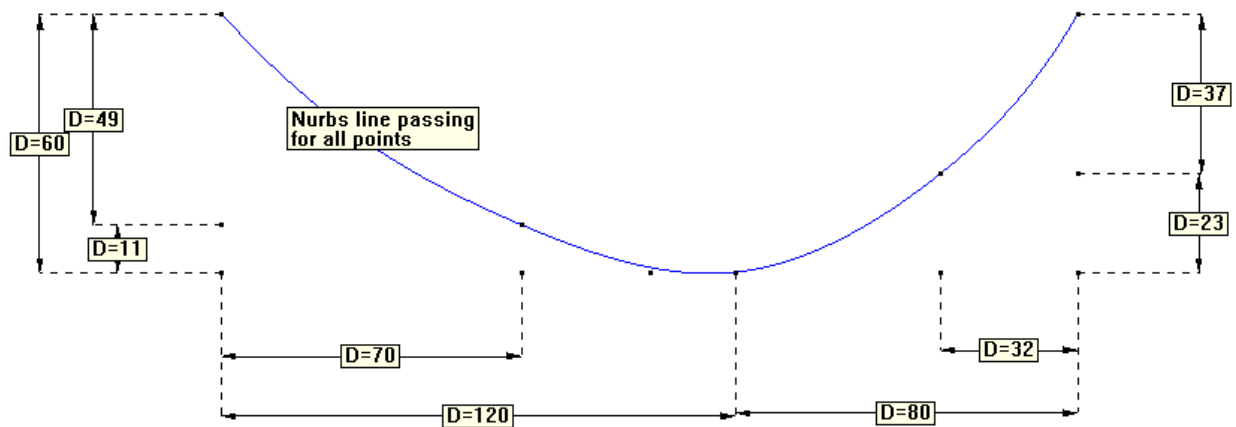


Vista en planta



Vista en perspectiva del conjunt

El terreny per sota la presa, de la mateixa manera que en l'anàlisi 2D, es considerarà centrat respecte la base de la presa, de 200 metres de longitud i un ample de 30 metres. El perfil d'aquest es construirà amb una línia Nurbs tal i com mostra la següent figura:



Concretament, el problema planteja dimensionar el disseny de la presa segons els paràmetres geomètrics presentats fent primer un anàlisi bidimensional i després verificar-lo amb un anàlisi tridimensional. A més a més de les condicions geomètriques, s'hauran de complir les següents primeres per ambos anàlisis:

- i) Les **traccions** màximes no poden superar els **1 MPa** en qualsevol punt.
- ii) Els valors adoptats del mòdul de Young del formigó serà de 22 G N/m^2 , el coeficient de poisson serà de $\nu = 0,20$ i el pes específic de 25000 N/m^3 .
- iii) Els valors adoptats pel terreny (que es considerarà homogeni) serà un mòdul de Young de 37 G N/m^2 , un coeficient de poisson de $\nu = 0,30$ i el pes específic de 20000 N/m^3 .
- iv) Es considerarà que la base de la presa està empotrada en el terreny.

A partir d'aquestes primeres, i seguint l'ordre amb el que es presentaran els resultats, es calcularà les càrregues actuant següents:

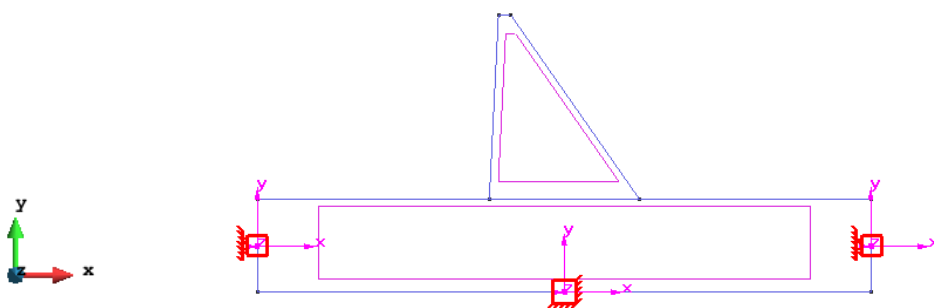
- i) Pes propi (25000 N/m^3)
- ii) Pes propi i càrrega uniforme ($25000 \text{ N/m}^3 + \text{hidrostàtica (h = 58 metres)}$)

Per tal d'estudiar les solucions que dona el programa, es compararan els resultats obtinguts en funció de la dimensió de la malla, que repercutirà en el número de graus de llibertat per així estudiar la convergència dels resultats.

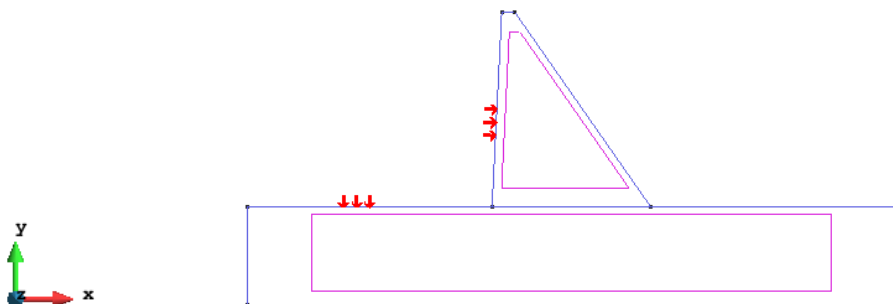
2. Metodologia d'estudi per l'anàlisi 2D

Per definir el model s'han seguit els passos següents, que han sigut:

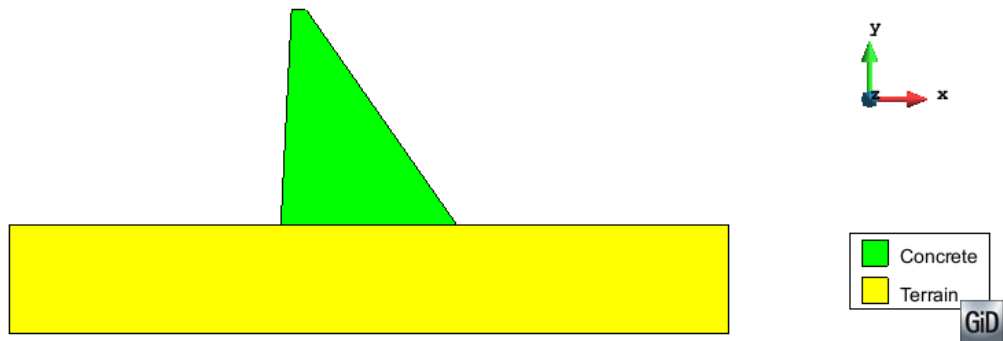
- 1. Definició del tipus de problema (problem data):** es defineix com un problema per anàlisi bidimensional, tenint en compte el pes de la pròpia estructura.
Per l'anàlisi bidimensional es considera un problema de deformació plana ja que una de les dimensions del problema a estudiar és molt major que les altres dues. A més a més, en la longitud major només actuen càrregues uniformement repartides en tot el seu llarg i contingudes en plans ortogonals a l'eix que uneix el centre de gravetat de les seccions transversals. A partir d'aquestes consideracions és pot establir la hipòtesis que totes les seccions perpendiculars a l'eix prismàtic z es deformen en el pla xy de manera idèntic. Per tant, coneixent una de les seccions serà suficient. En el cas d'aquest estudi, s'ha estudiat la secció més crítica, que és la situada en el mig de la presa i que té la màxima altura.
- 2. Definició de la geometria:** introduint les coordenades de cada punt, segons les dades i la geometria exposada en l'introducció del problema. Es pot comprovar la confecció d'aquesta geometria en la figura a continuació.
- 3. Condicions de contorn en desplaçaments:** restriccions en tots els desplaçaments x i y en els contorns empotrats, i restriccions en l'eix x en els contorns del terreny laterals tal i com es pot comprovar en la següent figura:



- 4. Càrregues aplicades:** aplicació de la càrrega uniformement distribuïda al terreny a per l'acció de la pressió hidrostàtica d'una altura de 58 metres i una càrrega lineal en el mur d'aigües amunt de la presa, ja que la columna d'aigua varia linealment.



5. Material: introducció dels materials tal i com s'han definit anteriorment:



6. Generació de la malla: utilització d'elements **triangulars de 3 nodes**, els quals s'anirà modificant la seva mida per aconseguir una millor precisió i així fer l'anàlisi de convergència. S'ha utilitzat aquests elements en base als resultats experimentats a les altres pràctiques durant el curs i ja que:

- i) Els elements triangulars són els elements que més número d'elements permeten en comparació amb altres tipus d'elements, adaptant-se millor a la geometria de l'estructura.
- ii) Tenen menor cost computacional els triangulars de 3 nodes que els de 6, tot i que convergeixen més lentament. Com que la mida de malla utilitzada és prou fina, els resultats són pràcticament idèntics amb els de 3 nodes que amb els de 6, i com que ens interessa el menor cost computacional, s'han adoptat pels elements triangulars de 3 nodes.
- iii) Els elements triangulars tenen una millor resposta estructural que els quadrilàters sobretot en els problemes en que la flexió és important, ja que són més rígids en els esforços de tallant. Aquest fet podria ocasionar bloqueig per tallant (per exemple, en estudis de plaques).

7. Càlcul del model: amb les dades ja introduïdes, per cada malla es calcula el model.

8. Postprocès: finalment s'obté els desplaçaments i tensions requerides per analitzar i interpretar els resultats.

3. Dimensionament de les càrregues a partir del model 2D

3.1. Dimensionament de la geometria de la presa

Per dimensionar la presa s'ha iterat amb diferents solucions a partir de les condicions de la geometria imposades, en que es restringien els pendents de la presa segons:

$$0.0 < m < 0.2$$

$$0.7 < n < 0.9$$

$$0.75 < m + n < 1.0$$

L'objectiu d'aquest dimensionament és trobar per quins valors dels pendents m i n compleixen que les tensions a tracció màximes no superin 1 MPa en qualsevol punt de la presa. Lògicament, des d'un punt de vista més enginyeril, ens interessa que aquests pendents tinguin el menor valor possible, ja que això farà que hi hagi menor superfície de formigó i així, reduir el cost de l'obra.

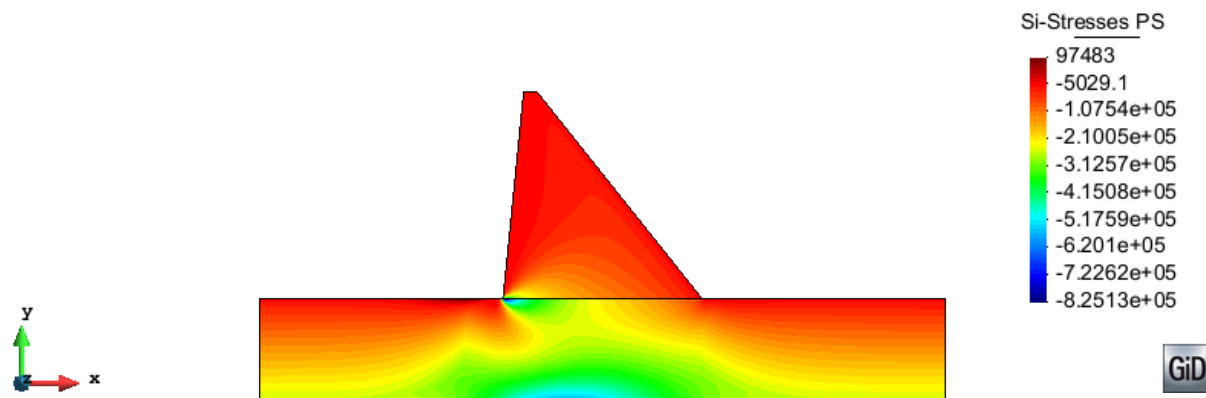
a) Primera iteració

Per la primera iteració, s'ha considerat partir d'un valor mig dels pendents m i n, és a dir:

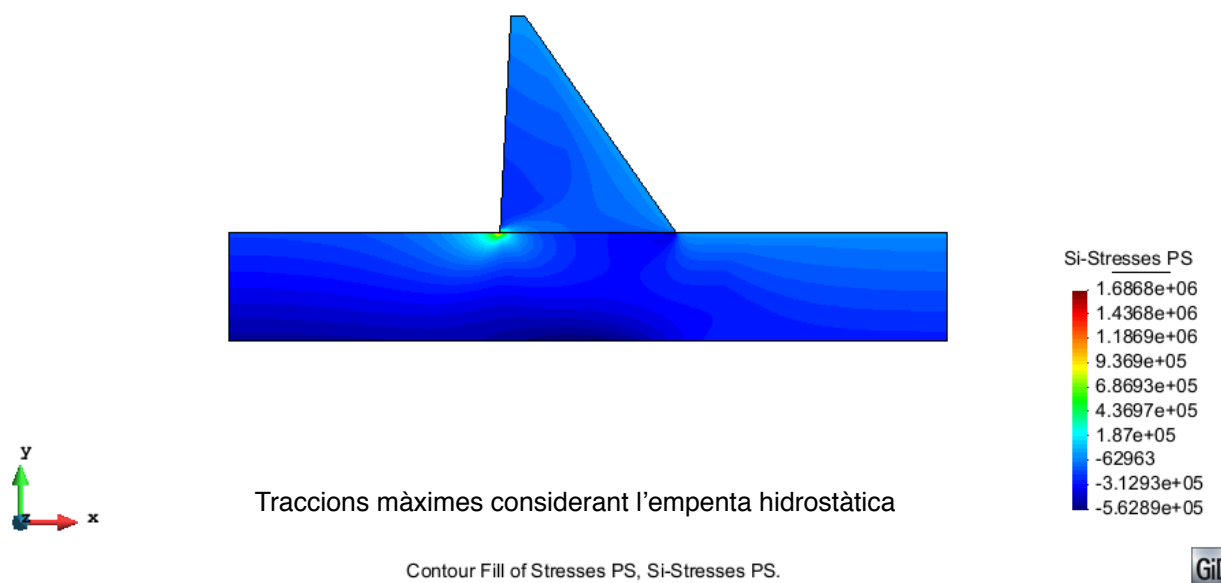
Paràmetre	Valor
m	0.1
n	0.8

Amb una malla de 0.75 metres s'han estudiat les tensions obtingudes amb i sense aigua. Tot i no haver fet un anàlisi de convergència previ, amb aquesta mida de malla prou fina sí que ha servit per fer un predimensionament per així obtenir una primera estimació de les tensions.

Els resultats d'aquest predimensionament pel que fa a les traccions màximes sense i amb aigua han sigut els següents respectivament:



Traccions màximes sense aigua



A partir dels **resultats gràfics** de les tensions màximes de tracció s'ha pogut comprovar com en el els dos casos apareixen concentracions de tensions en la base aigües amunt de la presa i que seran tractades més endavant. En el cas de considerar només el pes propi, fins i tot tenint en compte aquestes concentracions de tensions, no es superaria el límit permès, mentre que amb les càrregues hidrostàtiques aquest límit sí que seria superat.

Observant el comportament tensional general de la presa i sabent que en geometries amb angles tancats es produeixen tensions fictícies (tot seguit també es demostrarà), es pot concloure que el disseny considerat és correcte i que per tant es pot provar amb una segona iteració més precisa.

b) Segona iteració

Per la segona iteració, s'ha considerat **minimitzar** al màxim possible els valors dels pendents m i n , per complir les condicions¹. Com que la suma de m i n ha de ser major o igual de 0.75 s'ha optat pels valors següents:

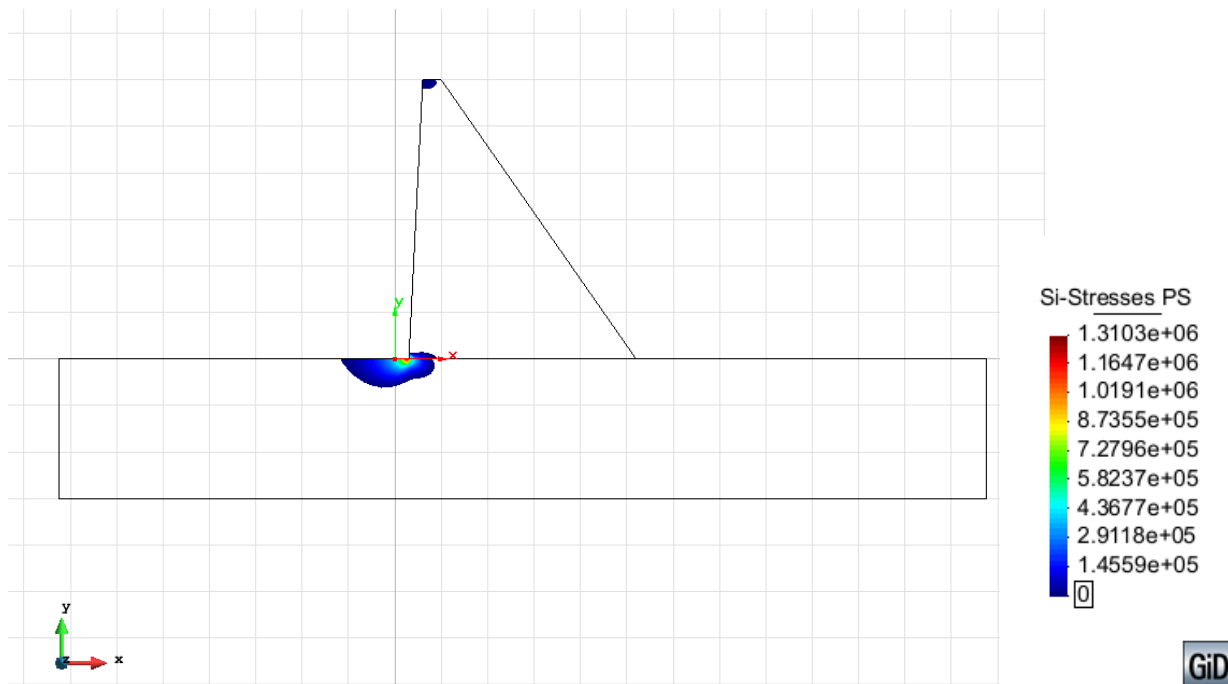
Paràmetre	Valor
m	0.05
n	0.7

Igual que en la primera iteració, s'ha fet el càlcul amb una malla de 0.75 metres considerant sense aigua i amb l'acció de l'aigua. Tot i no haver fet un anàlisi de convergència previ, amb aquesta

¹ Tal i com el professorat va indicar-me, es considera que en les condicions dels valors del pendent poden ser iguals o majors / menors que els valors indicats. Per aquest motiu s'ha suposat un valor de $m = 0.7$.

mida de malla prou fina sí ha servit per fer un predimensionament per així obtenir una primera estimació de les tensions. Els resultats pel que fa a les traccions màximes sense i amb aigua han sigut semblants als exposats anteriorment i també es produïa concentració de tensions en la base de la presa. Malgrat aquests valors fossin superats amb la càrrega hidrostàtica (> 1MPa), s'ha conclòs que es complia amb els requeriments tensionals ja que aquests valors màxims són ficticis.

En la següent figura es pot veure **només les traccions produïdes** a la presa considerant l'acció de l'aigua ja que suposa l'estat tensional més desfavorable:



Els resultats de desplaçaments i tensions obtinguts es mostraran més detalladament en el capítol d'anàlisi de resultats.

En primer lloc però, es verificaran els resultats obtinguts amb una gràfica de convergència i un estudi detallat dels valors tensionals pic.

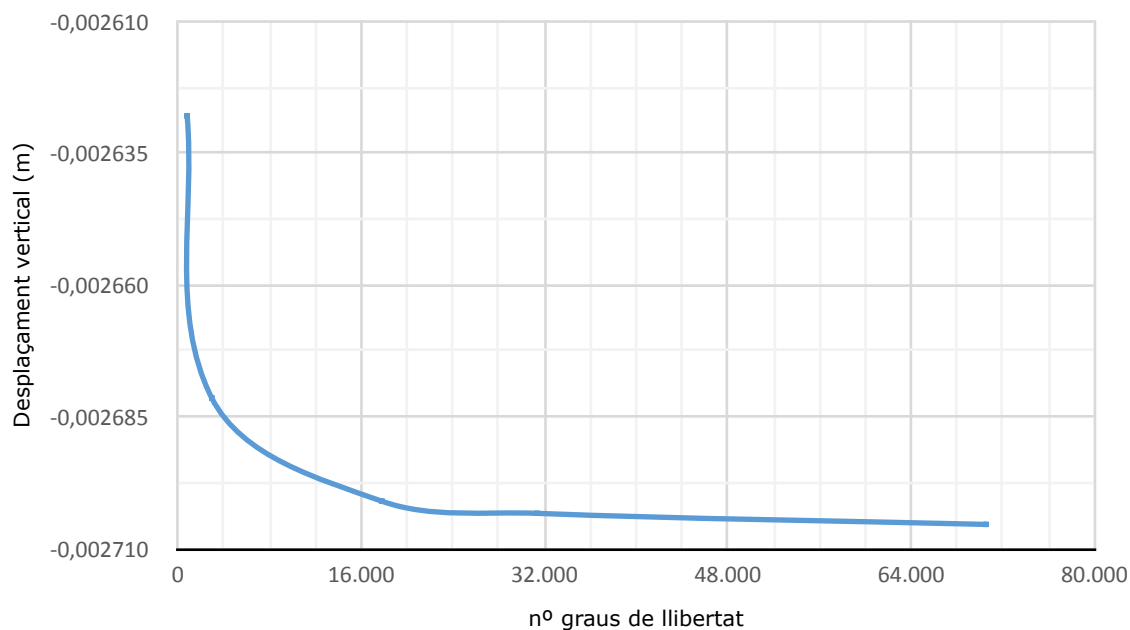
3.2. Convergència de resultats

En primer lloc, s'ha fet un anàlisi de convergència del model a calcular per comprovar **la malla necessària** per obtenir uns **resultats adequats** i així poder verificar el dimensionament.

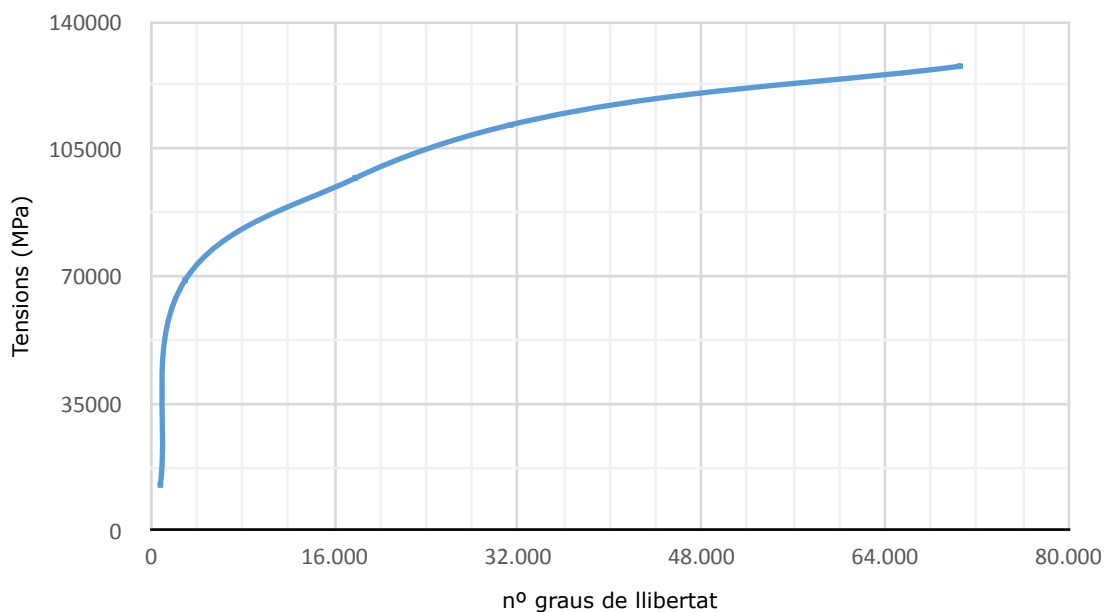
Per aquest anàlisi, s'ha considerat la placa **sense càrregues** (només el pes propi) i posteriorment s'ha corroborat el mateix anàlisi considerant la càrrega hidrostàtica. Utilitzant elements triangulars de 3 nodes tal i com s'ha explicat s'han obtingut els resultats següents:

Mida malla	Nodes	Nº gdl	Desplaçament Y	Traccions màx	Compressions màx
5	406	812	-0,0026279	1,2669E+04	-1,8942E+06
2,5	1478	2956	-0,0026814	6,8860E+04	-2,3222E+06
1	8903	17806	-0,0027010	9,6974E+04	-3,0947E+06
0,75	15673	31346	-0,0027033	1,1163E+05	-3,4033E+06
0,5	35261	70522	-0,0027054	1,2772E+05	-3,9046E+05

Convergència desplaçaments verticals



Convergència tensions màximes tracció



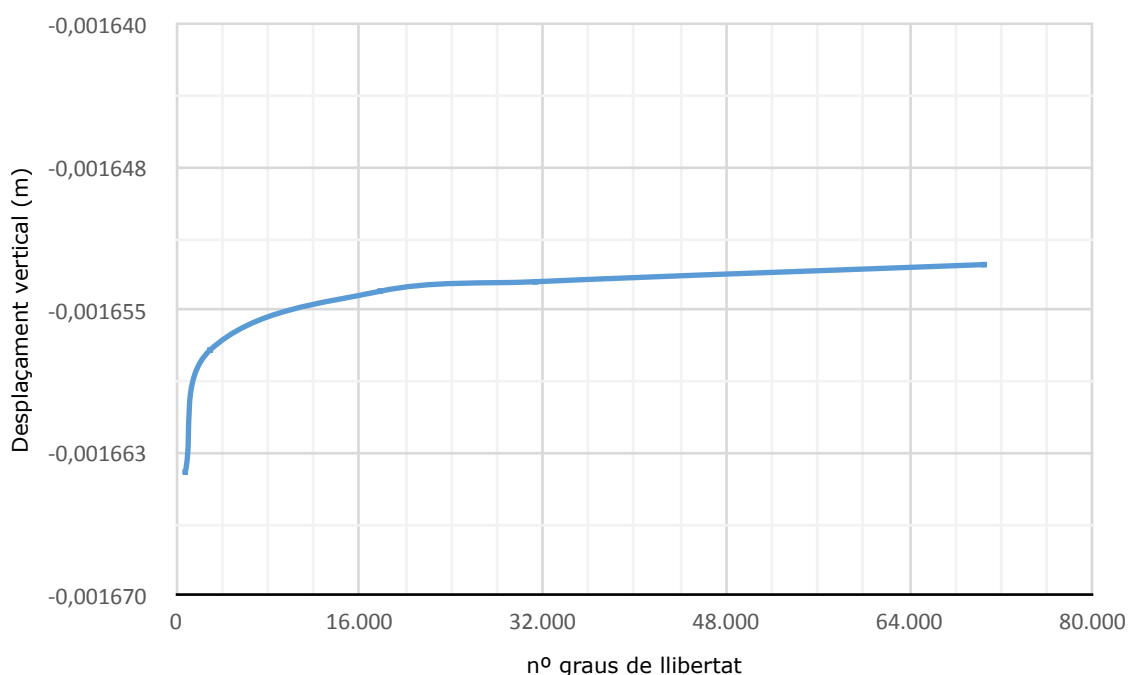
Com es pot comprovar en els resultats presentats, els desplaçaments verticals de la presa convergeixen clarament. En canvi, les **tensions no convergeixen clarament** ja que augmenten a mesura que es refina la malla, sense que aquestes tendeixen a un determinat valor tal i com es pot veure en la gràfica de convergència i en els resultats numèrics presentats en vermell. El mateix succeeix amb les tensions màximes de compressió encara que no s'han representat gràficament ja que tampoc són d'interès per aquest estudi. Aquest problema és degut a una **concentració de tensions**, conseqüència de la geometria de la presa. En el següent apartat es tractarà aquesta incidència en concret.

A continuació es presenten els resultats de la convergència dels desplaçaments i tensions considerant les càrregues hidrostàtiques:

Mida malla	Nodes	Nº gdl	Desplaçament Y	Traccions màx	Compressions màx
5	406	812	-0,0016635	3,2840E+05	-1,3972E+06
2,5	1478	2956	-0,0016571	6,0714E+05	-1,4224E+06
1	8903	17806	-0,0016540	1,0803E+06	-1,5474E+06
0,75	15673	31346	-0,0016535	1,3103E+06	-1,6391E+06
0,5	35261	70522	-0,0016526	1,6868E+06	-1,8007E+06

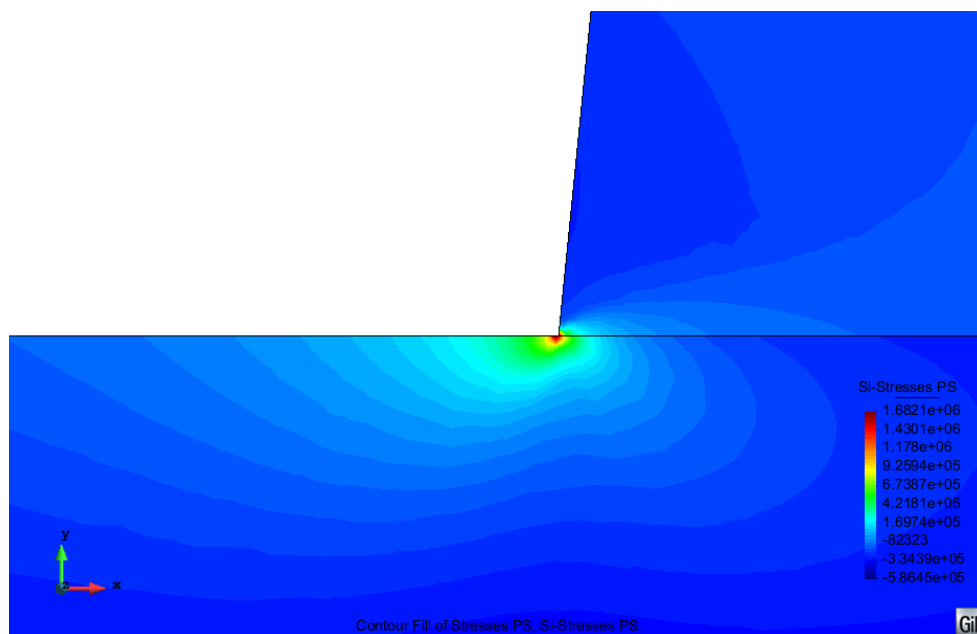
On es pot comprovar numèricament que les tensions tampoc convergeixen a mesura que s'augmenta la malla també com a conseqüència de la concentració de tensions. En canvi, els desplaçaments verticals sí que ho fan tal i com es pot comprovar gràficament:

Convergència desplaçaments verticals



3.3. Anàlisi de la problemàtica de les concentracions de càrregues

Amb els resultats presentats referents a la no convergència de les tensions tant de tracció com de compressió demostra la concentració de tensions. Aquest és un error típic de l'aplicació del mètode d'elements finits en les **zones anguloses** i pot comprovar gràficament amb els resultats de l'estat tensional amb l'acció de l'aigua:



On es pot veure clarament aquests valors pic que a més a més es concentren més en el terreny que en la presa, fet que no condiciona tant el dimensionament de la presa.

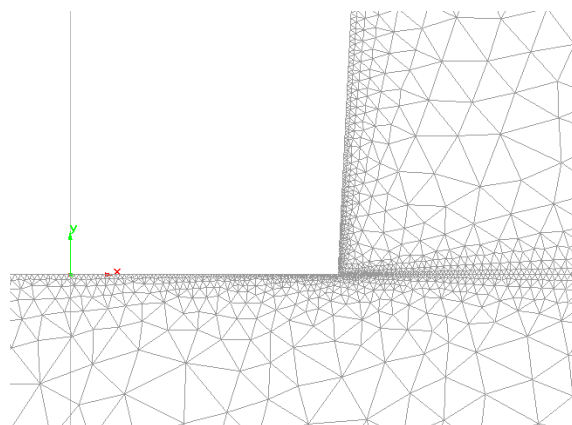
3.4. Solució per les concentracions de càrregues

Com s'ha explicat, aquestes concentracions són inherents a la geometria i les condicions de contorn del problema. Malgrat això, s'ha mirat de solucionar-ho de la següent manera:

1) Malla progressiva del vèrtex conflictiu:

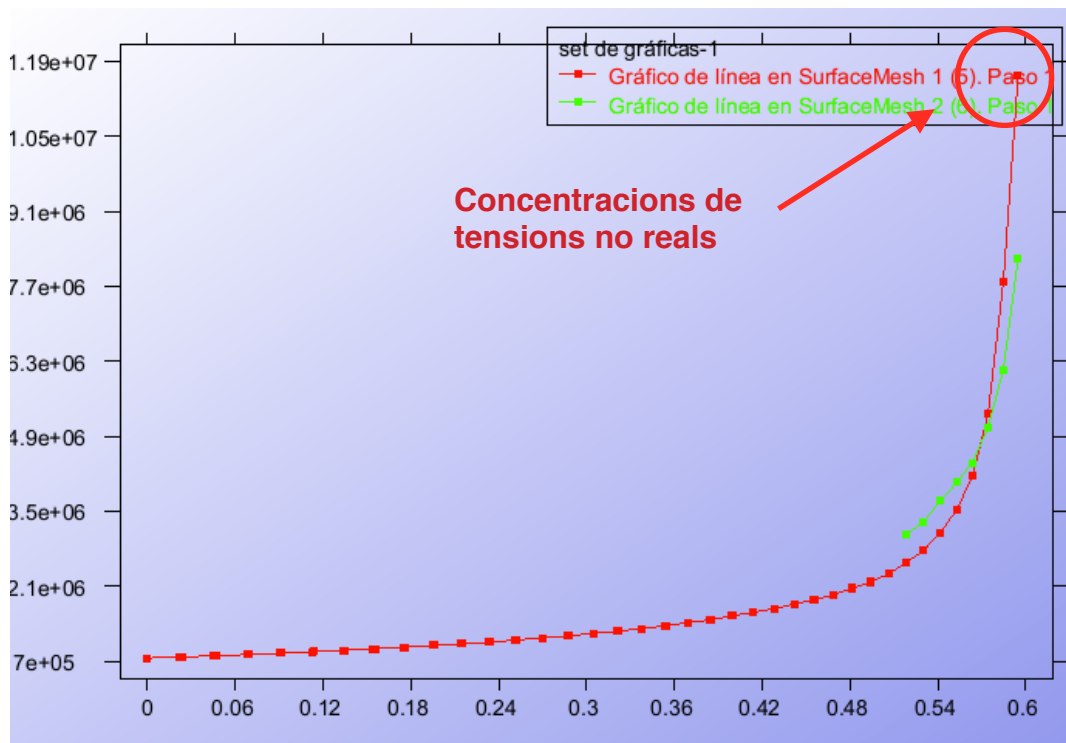
L'opció que s'ha provat ha sigut definir una malla 5 vegades més petita que en la resta del model, amb una mida de 0.01 en el vèrtex i 0.5 en la resta del model. Així s'ha acotat més el punt problemàtic sense augmentar tant el cost computacional que suposaria fer aquesta malla fina en tota l'estructura.

Les tensions han seguit sent els mateixos però amb el refinament en el punt conflictiu s'ha aconseguit concentrar-les, afectant a una



zona molt reduïda. Aquesta s'ha considerat com a la millor opció, doncs el problema és inherent a la geometria de la figura.

Així, prenent la malla més refinada i tenint en compte que les tensions representades no són reals, alhora de fer el dimensionament **es consideraran les tensions reals fins abans del canvi del pendent** tal i com mostra el següent gràfic. Si analitzem l'evolució de les tensions màximes de tracció en els últims 0,6 metres de la base de la presa fins al punt crític (corresponent a la coordenada 0,6 del gràfic):



En el gràfic es pot veure com a partir dels darrers centímetres del vèrtex del peu de la presa, el **pendent** de les tensions canvia bruscament degut a aquestes concentracions de tensions.

Per tant, ometent aquests valors pics es pot concloure que es **compleixen** amb les condicions del dimensionament tal i com després també es podrà **verificar** en l'anàlisi **tridimensional** on aquests problemes ja no han aparegut.

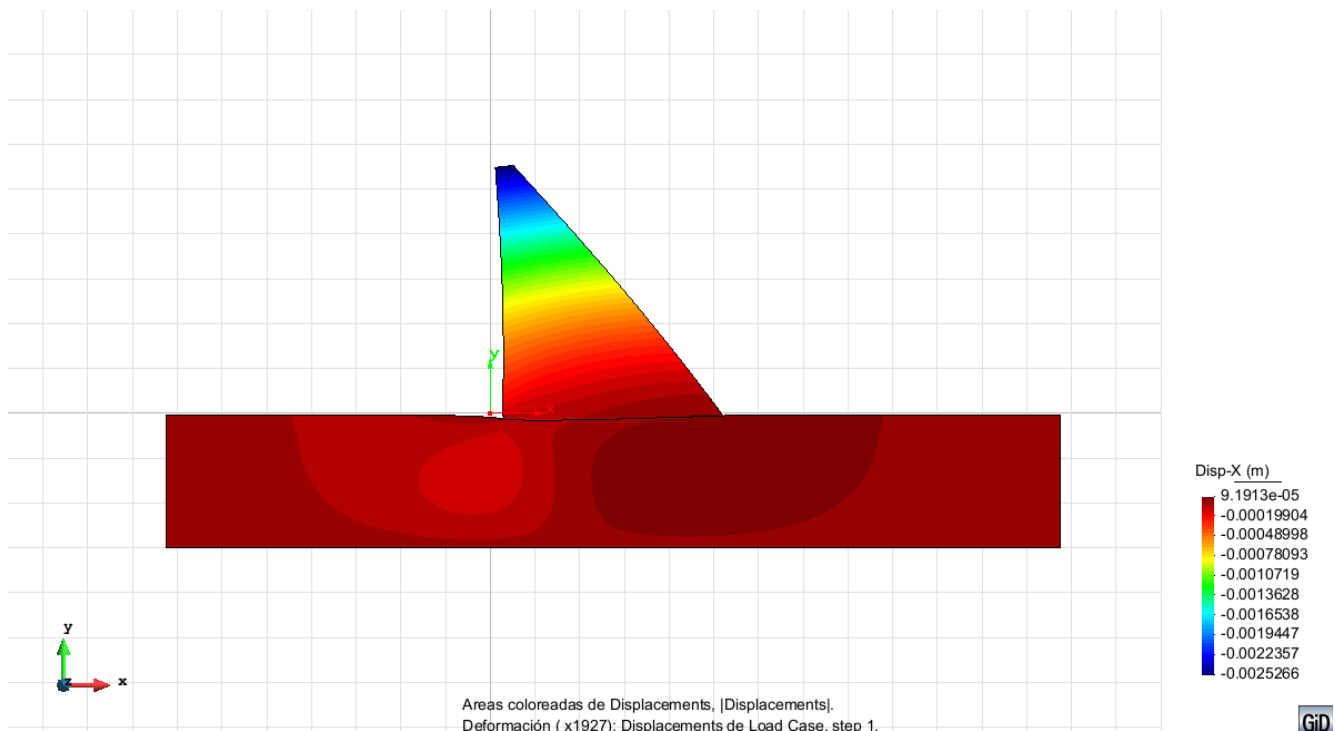
4. Anàlisi dels resultats obtinguts de l'anàlisi 2D

4.1. Considerant el pes propi

En aquest apartat es presenten els resultats de l'anàlisi estructural tenint en compte només el pes propi de l'estructura (25000 N/m^3). De fet a l'apartat 3.2 s'ha fet l'anàlisi de convergència per aquest cas, on es detallen també els resultats per les diferents malles. Així, en aquest apartat es presenten només els resultats de la malla més refinada i progressiva, de valor 0.01 en el node on es concentren les tensions i 0.5 per la resta del model.

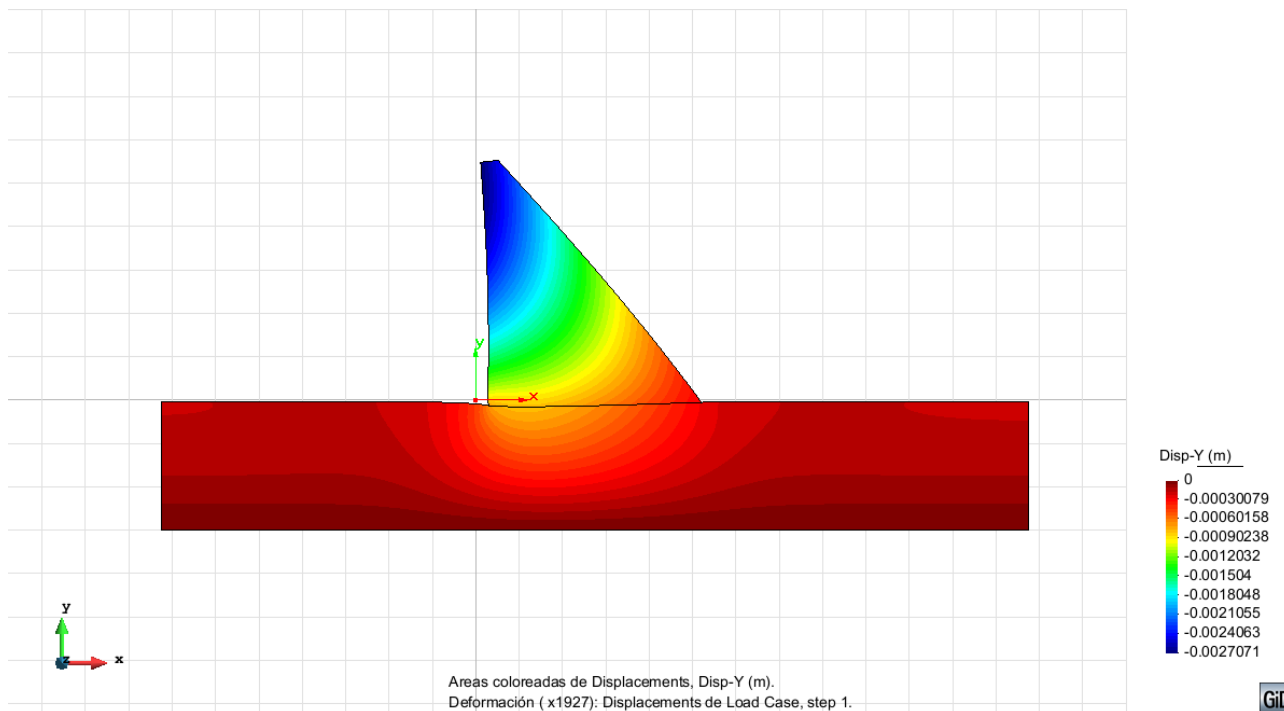
a) Desplaçaments en l'eix horitzontal (x)

En la següent figura es pot veure com els desplaçaments amb la deformada del model tendeixen a estabilitzar la presa en absència de les càrregues hidrostàtiques. Lògicament, el valor és més gran quan més allunyats ens trobem de la base de la presa. Tot i així, el valor màxim que s'assoleix és de -0,2 cm en la coronació de la presa.



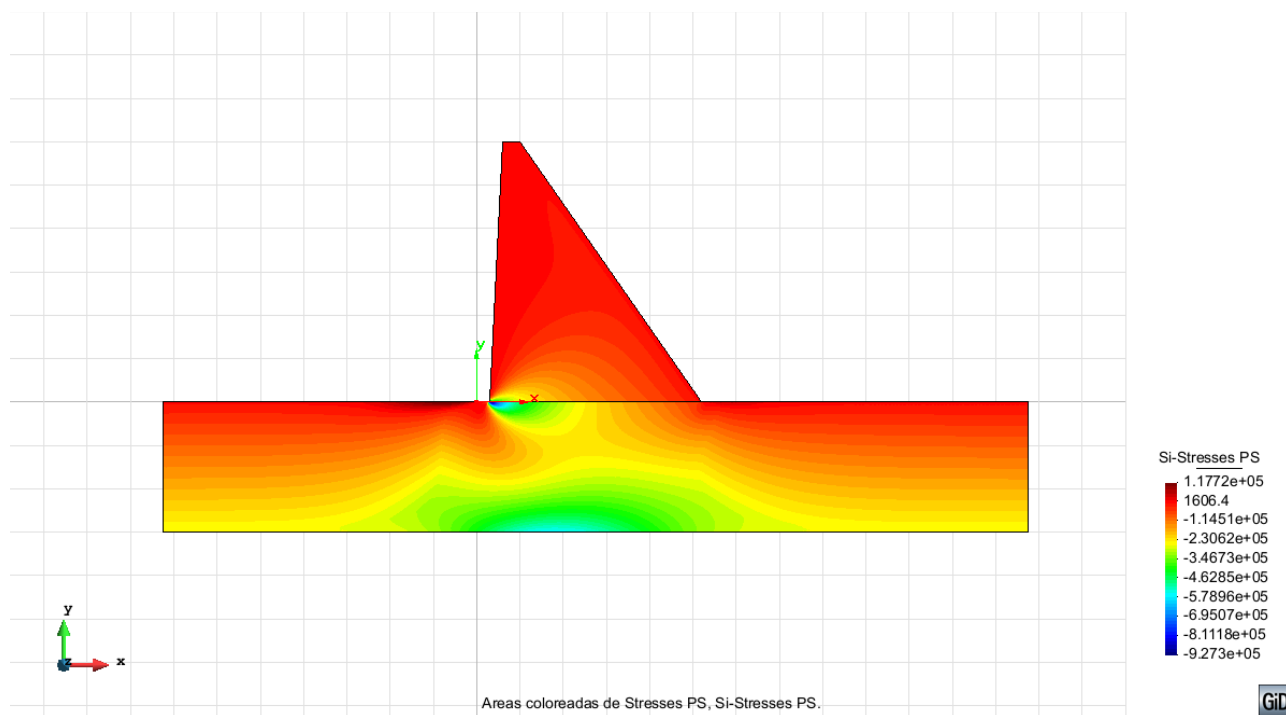
b) Desplaçaments en l'eix vertical (y)

En la següent figura també deformada es pot veure de la mateixa manera que en els desplaçaments horitzontals que el desplaçament màxim es troba en la coronació i pren un valor de -0,2 cm. Aquest valor cada cop és més petit a mesura que s'acosta al terreny, que degut al seu major mòdul d'elasticitat, aquestes deformacions són mínimes.



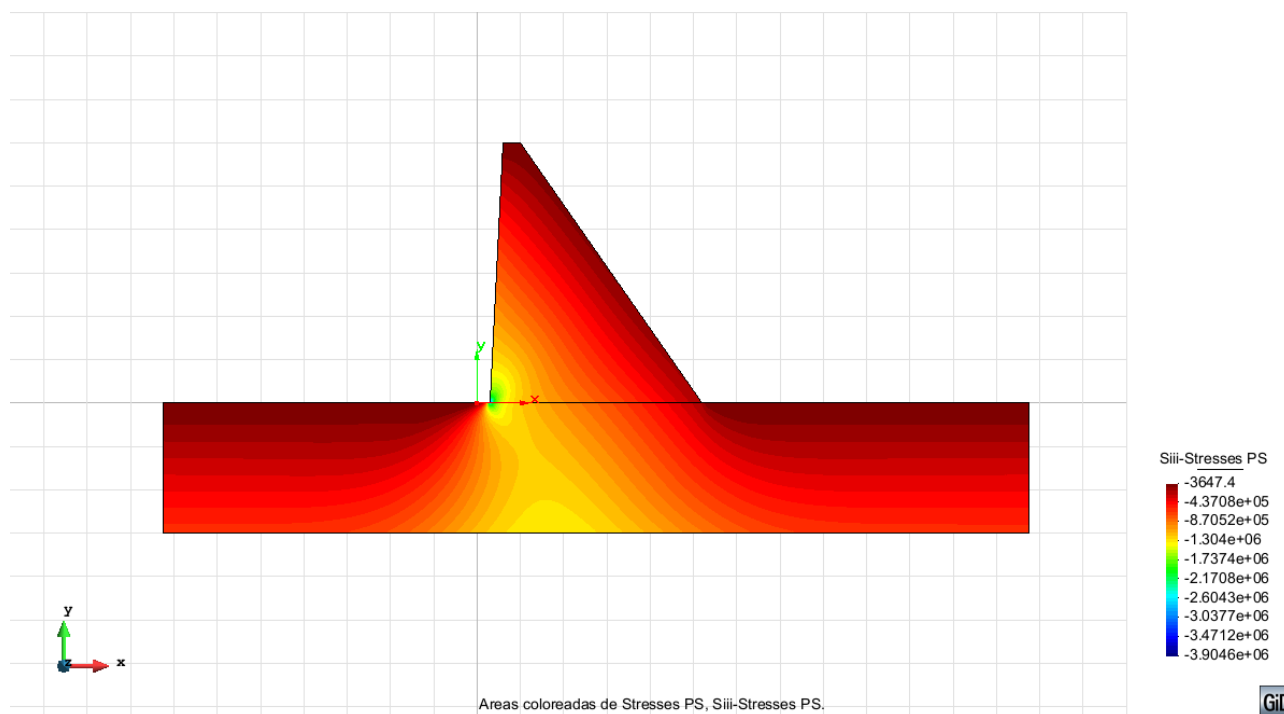
c) Tensions màximes tracció (tensions principals Si):

Pel que fa a la distribució de tensions màximes, es pot comprovar que aquestes es concentren al voltant del punt conflictiu i sota la presa. En cap moment però, tot i aquesta concentració fictícia de tensions explicada, no es supera el valor màxim establert.



d) Tensions màximes compressió (tensions principals Siii):

Les tensions màximes de compressió es concentren d'una manera semblant al cas anterior tal i com es pot veure en la següent figura. En aquest cas, les tensions màximes arriben als 3,9 MPa en compressió però no suposen una limitació en el dimensionament.



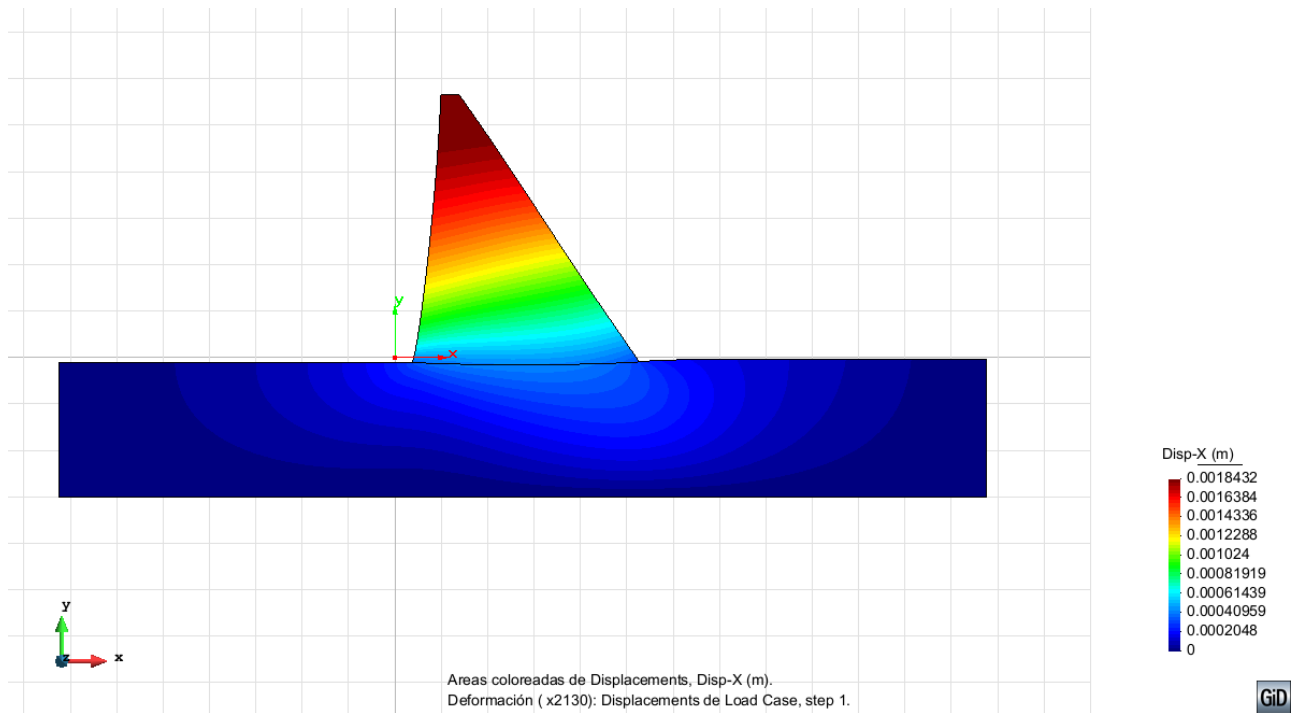
4.2. Considerant el pes propi i la càrrega distribuïda

A continuació es presenten els resultats obtinguts per la càrrega hidrostàtica, tenint en compte a més a més el pes propi de la mateixa estructura. Els resultats que es presenten corresponen a la malla més refinada i progressiva, de valor 0.01 en el node on es concentren les tensions i 0.5 per la resta del model.

a) Desplaçaments en l'eix horitzontal (x)

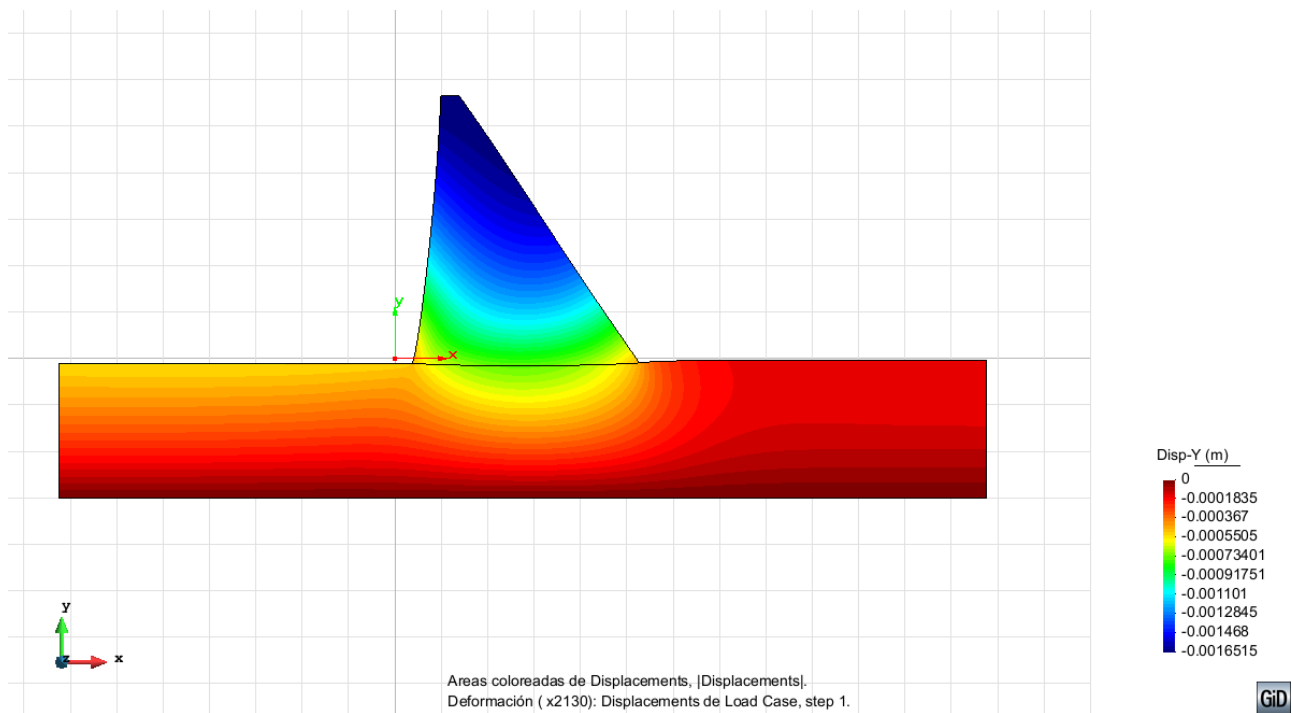
Com mostra la deformada de la figura, es pot veure com a diferència dels resultats anteriors, la càrrega de l'aigua fa que la presa tendeixi a desplaçar-se en el sentit del seu volcament. El valor màxim per tant, es trobarà en la coronació de la presa i tindrà un valor màxim de +0,18 cm i serà cada vegada menor a mesura que s'apropa al terreny. A més a més caldria destacar que els desplaçament seran més grans en la vesant del mur aigües amunt que aigües avall.

Per tant, el resultat es coherent i l'esperat per les condicions i càrregues aplicades.



b) Desplaçaments en l'eix vertical (y)

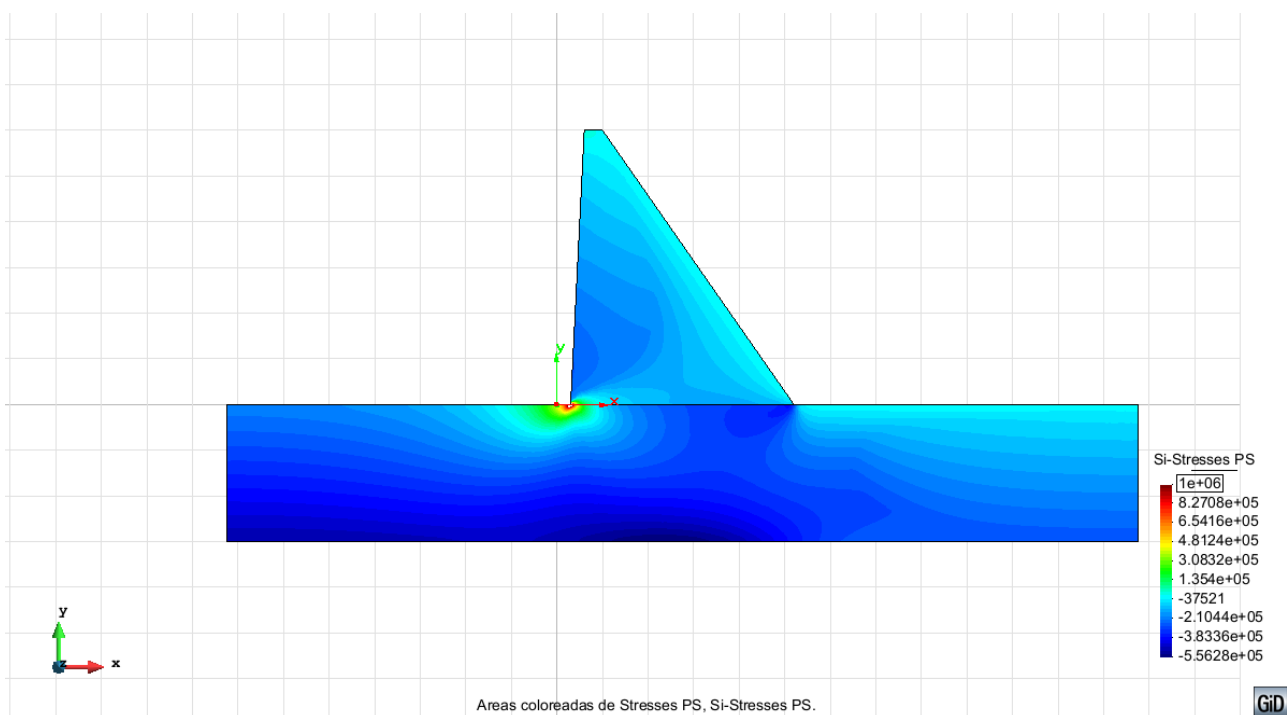
En la següent figura deformada es pot veure de la mateixa manera que en els desplaçaments horitzontals, on el desplaçament màxim es troba en la coronació i pren un valor de -0,16 cm. Aquest valor és gradualment més petit a mesura que s'acosta al terreny, encara que no es produeix de manera homogènia. També es pot veure l'efecte de l'empenyiment de l'aigua, que fa que els desplaçaments verticals siguin menors en el pendent aigües amunt que el d'aigües avall.



c) Tensions màximes tracció (tensions principals Si):

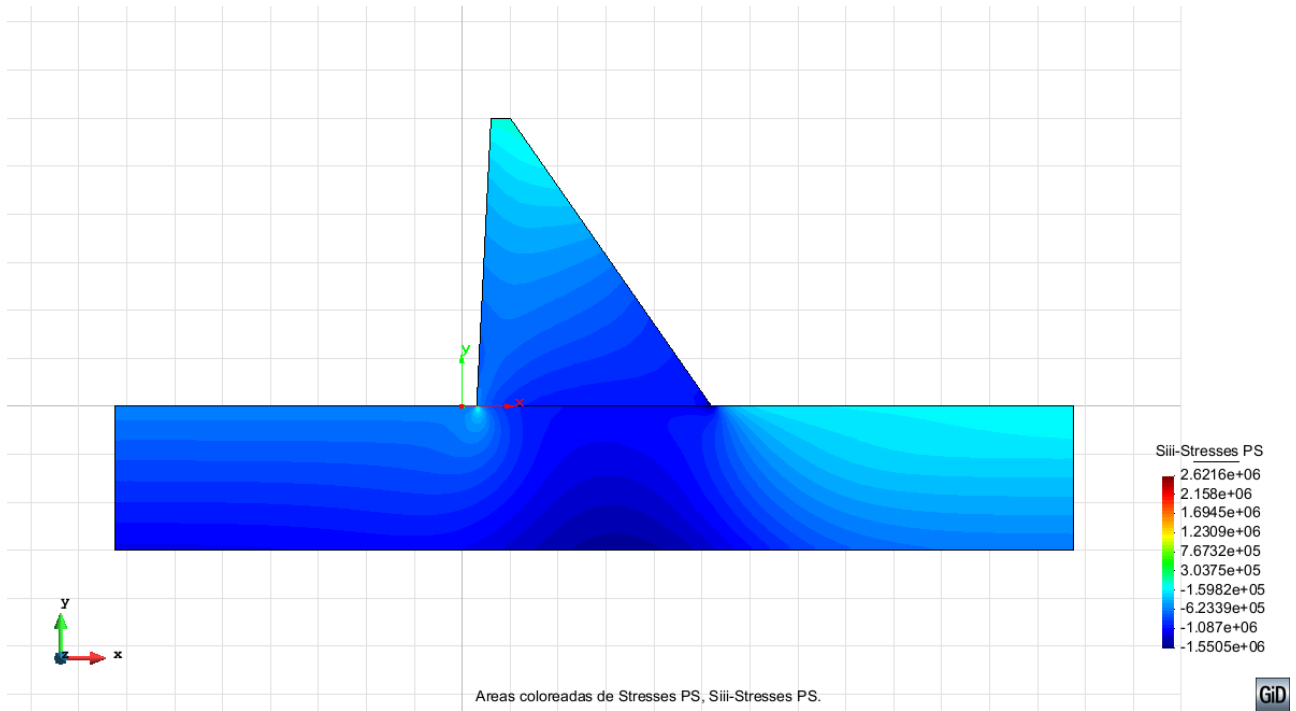
A continuació es presenten els resultats de les tensions màximes de tracció. Com s'ha explicat i com es pot veure, la següent figura s'han acotat les càrregues màximes a 1 MPa per visualitzar millor la distribució de tensions en el model, de manera que no queden representades les càrregues que superen aquest valor.

Així, els tons blavosos de la placa corresponen a càrregues inferiors, de l'ordre dels -2 MPa i per tant en compressió. També es pot veure com els valors més elevats de traccions (amb un color blau més pàl·lid i verd) es troben com és lògic, als voltants del punt de concentracions de tensions per l'efecte del volcament de l'aigua i en la zona més llunyana de l'acció de l'aigua.

**d) Tensions màximes compressió (tensions principals Siii):**

De la mateixa manera que en cas anterior, es presenten en la següent figura els resultats de les tensions de compressió màximes, sense limitar els valors ja que no suposen cap problema i perquè també ja es pot visualitzar la resta de distribució de tensions al model. En tot cas, en cap cas les compressions són superiors de 30 MPa, ja que el valor màxim és de poc més de 1 MPa. Aquest de fet, és el comportament esperat per una presa de formigó de gravetat, en que les compressions no són una restricció.

Les compressions més elevades es troben al terreny, al centre de la presa, mentre que les compressions mínimes es troben en el terreny aigües avall de la presa i a la part superior, en la coronació.



5. Metodologia d'estudi per l'anàlisi 3D

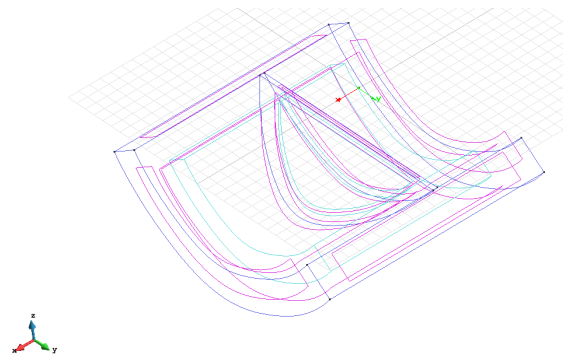
En aquest capítol es tracta de verificar els **resultats** obtinguts en l'estudi bidimensional de la secció més crítica de la presa considerant la geometria completa d'aquesta en l'anàlisi tridimensional, per tal de comprovar la coherència dels resultats obtinguts.

Així, per definir el model s'han seguit els **passos** següents:

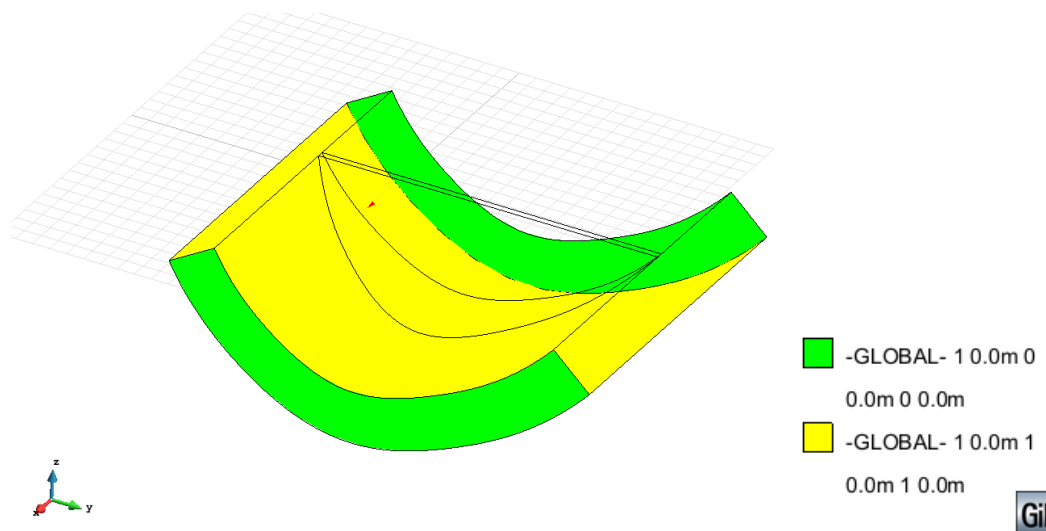
- 1. Definició del tipus de problema** (problem data): es defineix com un problema per anàlisi tridimensional, tenint en compte el pes de la pròpia estructura.

L'anàlisi tridimensional no presenta grans problemes conceptuals, ja que és una generalització de la teoria d'elasticitat bidimensional portada a les tres dimensions. Això suposa un major esforç de càlcul per elements finits, relacionada amb la mida del problema ja que estem passant de dues a tres dimensions. A més a més presenta també un major temps de preparació de les dades i interpretació dels resultats. Per aquest motiu normalment s'intenta evitar aquests estudis i fer-los només en dues dimensions. En aquest cas, l'anàlisi servirà per verificar aquestes hipòtesis i comprovar el bon funcionament del model estudiat en 2D.

- 2. Definició de la geometria:** s'ha fet les seccions de la presa i el terreny introduint les coordenades de cada punt, segons les dades i la geometria exposada en l'introducció del problema. Després s'ha extorsionat i intersecat les superfícies, per tal de crear finalment els volums de cada element. Es pot comprovar la confecció d'aquesta geometria en la figura a continuació.

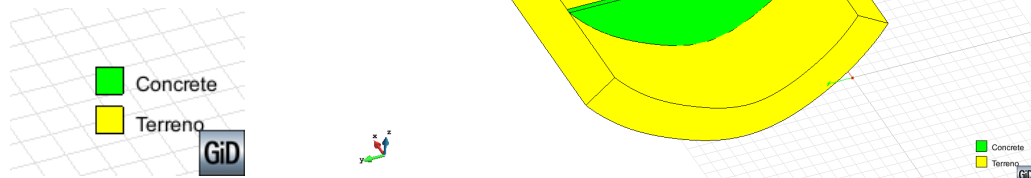


- 3. Condicions de contorn en desplaçaments:** restriccions en tots els desplaçaments x, y i z en els contorns empotrats, i restriccions en l'eix x en els contorns del terreny laterals tal i com es pot comprovar en la següent figura:



4. **Càrregues aplicades:** aplicació de la càrrega hidrostàtica, definint la cota de l'altura de l'aigua (58 metres, segons les coordenades del model) ja que la pressió de l'aigua varia en funció de l'altura de cada element finit, tant en la presa com en el terreny.

5. **Material:** introducció dels materials tal i com s'han definit anteriorment per cada volum:

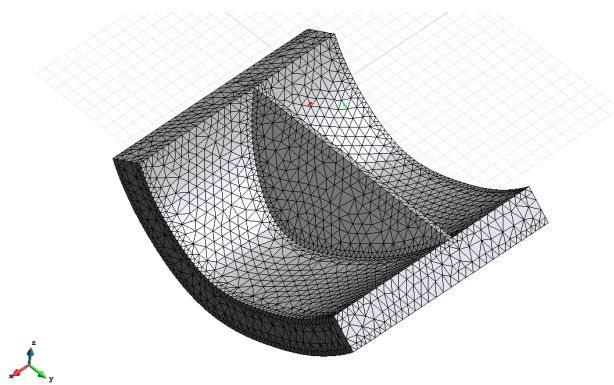


6. **Generació de la malla:** utilització d'elements **tetraèdrics de 4 nodes**, els quals s'anirà modificant la seva mida per aconseguir una millor precisió i així analitzar la convergència dels resultats. S'ha utilitzat aquests elements en base els resultats experimentats a les altres pràctiques durant el curs i ja que:

- i) Els elements tetraèdrics són els elements que més número d'elements permeten en comparació amb altres tipus d'elements, adaptant-se millor a la geometria de l'estructura que altre elements com els cubs.
- ii) Tenen menor cost computacional els tetraèdrics de 4 nodes que els de 10, tot i que convergeixen més lentament. Com que la mida de malla utilitzada és prou fina, els resultats són pràcticament idèntics amb els de 4 nodes que amb els de 10, i com que ens interessa el menor cost computacional, s'han adoptat pels elements triangulars de 4 nodes.
- iii) A més a més, com que en aquest estudi tridimensional es tracta de verificar els resultats obtinguts amb l'anàlisi 2D, amb 4 nodes ja es pot comprovar la coherència de resultats entre ambdós anàlisis.

7. **Càlcul del model:** amb les dades ja introduïdes, per cada malla es calcula el model, aplicant la càrrega hidrostàtica o no en funció de cada cas.

8. **Postprocès:** finalment s'obté els desplaçaments i tensions requerides per analitzar i interpretar els resultats.



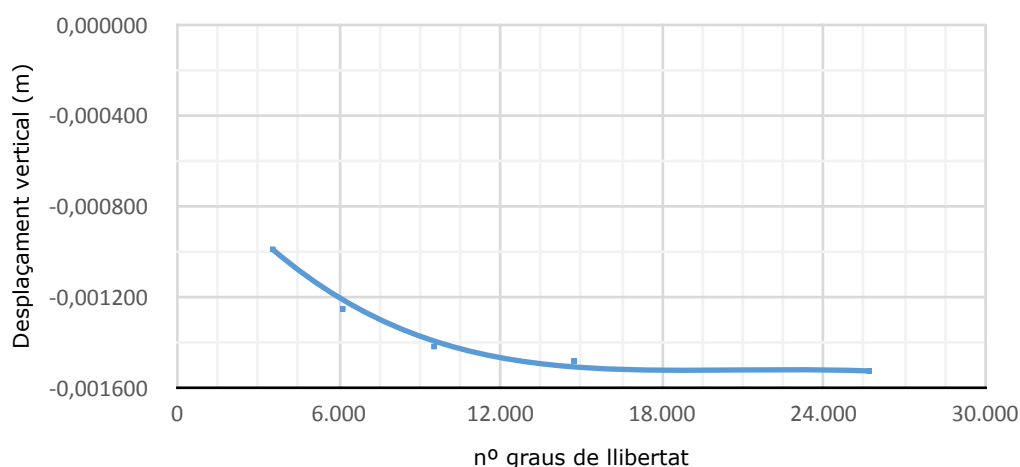
6. Anàlisi dels resultats obtinguts de l'anàlisi 3D

6.1. Considerant el pes propi

En aquest apartat es presenten els resultats de l'anàlisi estructural tenint en compte només el pes propi de l'estructura (25000 N/m³). També, com s'ha explicat només s'estudiaran amb els elements tetraèdrics de 4 nodes entre d'altres motius perquè el cost computacional testat era inassumible. Com que en aquest cas encara no s'ha fet un estudi de la convergència del model, es presentarà a continuació abans de presentar els càlculs:

Mida malla	Nodes	Nº gdl	Desplaçament X	Traccions màx	Compressions màx
20	1182	3546	-0,0009905	4,3681E+05	-1,2124E+06
15	2048	6144	-0,0012524	4,5141E+05	-1,3181E+06
12	3181	9543	-0,0014180	5,4781E+05	-1,4173E+06
10	4912	14736	-0,0014818	6,2656E+05	-1,4812E+06
8	8562	25686	-0,0015254	6,4546E+05	-1,6535E+06

Convergència desplaçaments en X

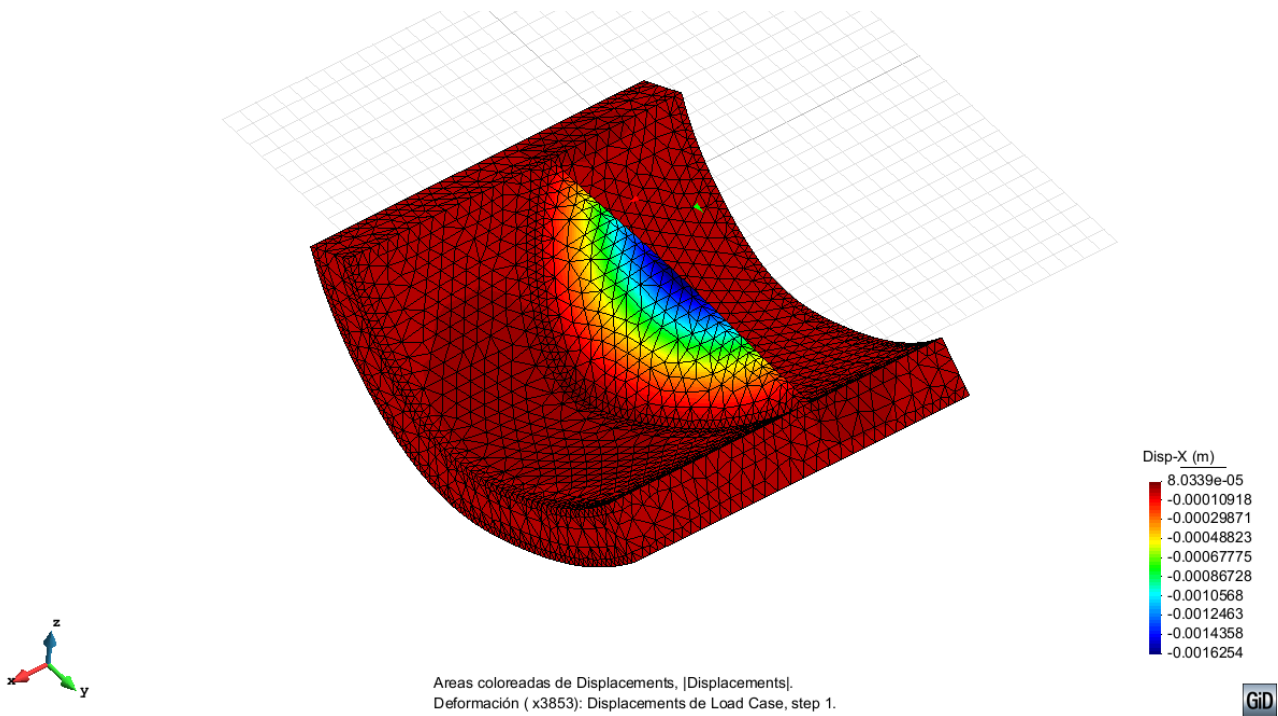


On es pot veure com els desplaçaments convergeixen a mesura que es refina la malla. Les tensions no acaben de convergir del tot perquè existeixen també concentracions de tensions en els extrems dels contorns del terreny, ocasionats pels canvis de les condicions de contorn que es produeixen en aquests contorns. Per aquest motiu, obviarem els resultats d'aquestes tensions tal i com s'explicarà a continuació.

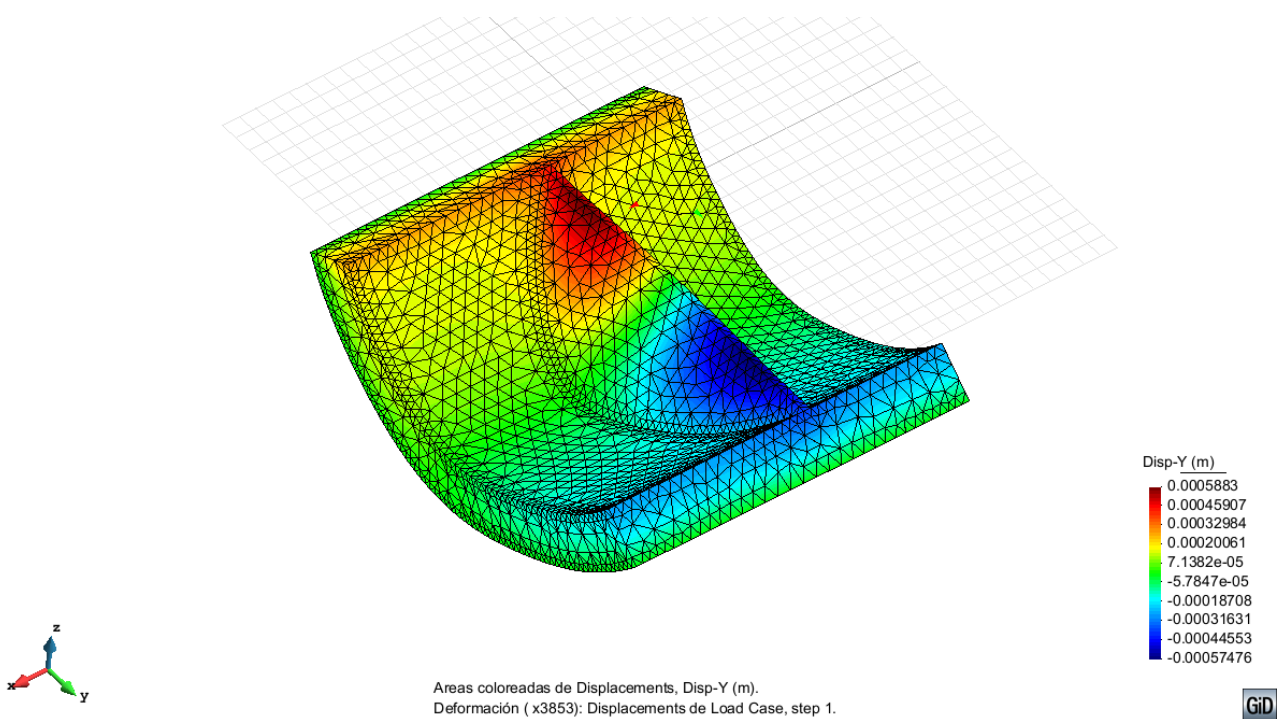
Per tant, els resultats que es presenten a partir d'ara s'han calculat per una malla de 8 metres, ja que amb mides menors el programa ja no permetia el càlcul degut a l'elevat número de graus de llibertat.

a) Desplaçaments en l'eix horitzontal (x)

En la següent figura es pot veure com, igual que en el cas 2D, els desplaçaments amb la deformada del model tendeixen a estabilitzar la presa en absència de les càrregues hidrostàtiques. Lògicament, el valor és més gran quan més allunyats ens trobem de la base de la presa. Tot i així, el valor màxim que s'assoleix és pròxim al que s'havia analitzat en el cas bidimensional (de valor -0,2 cm en la coronació de la presa), amb un valor de -0,16 cm.



b) Desplaçaments en l'eix horitzontal (y)

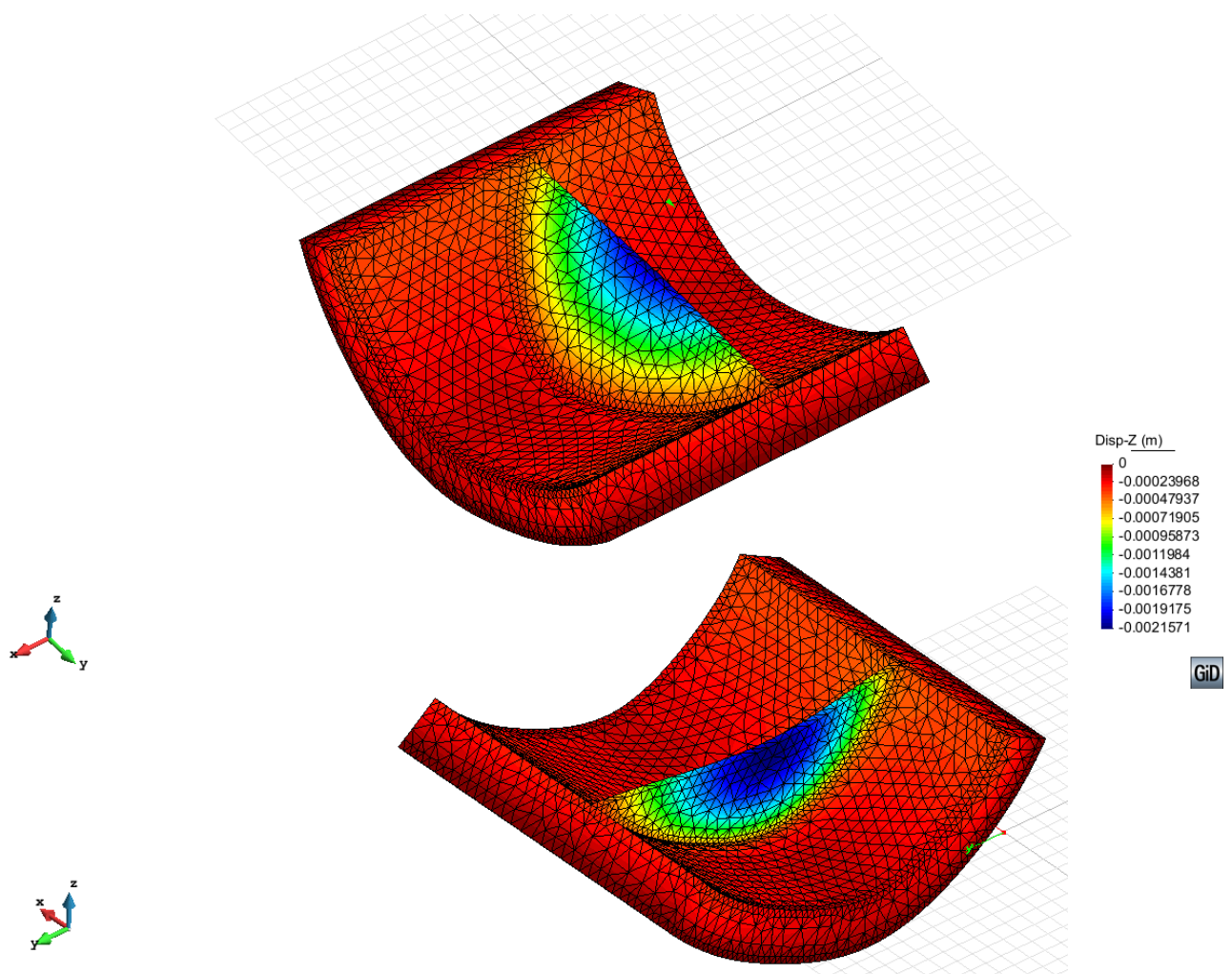


Pel que fa als desplaçaments en y, podem veure com ambdós costats de la presa com del terreny tendeixen a tenir un desplaçament des dels costats cap al centre d'aquesta, motiu pel qual s'inverteix el valor en cada costat. Així mateix, els valors pròxims a 0 es troben per simetria en la part central de la presa i el terreny.

Aquests valors no són d'especial interès ja que malgrat no es podien proporcionar en l'anàlisi bidimensional, el seu valor tant petit (0,01 cm) verifiquen les hipòtesis establertes en l'anàlisi bidimensional.

c) Desplaçaments en l'eix vertical (z)

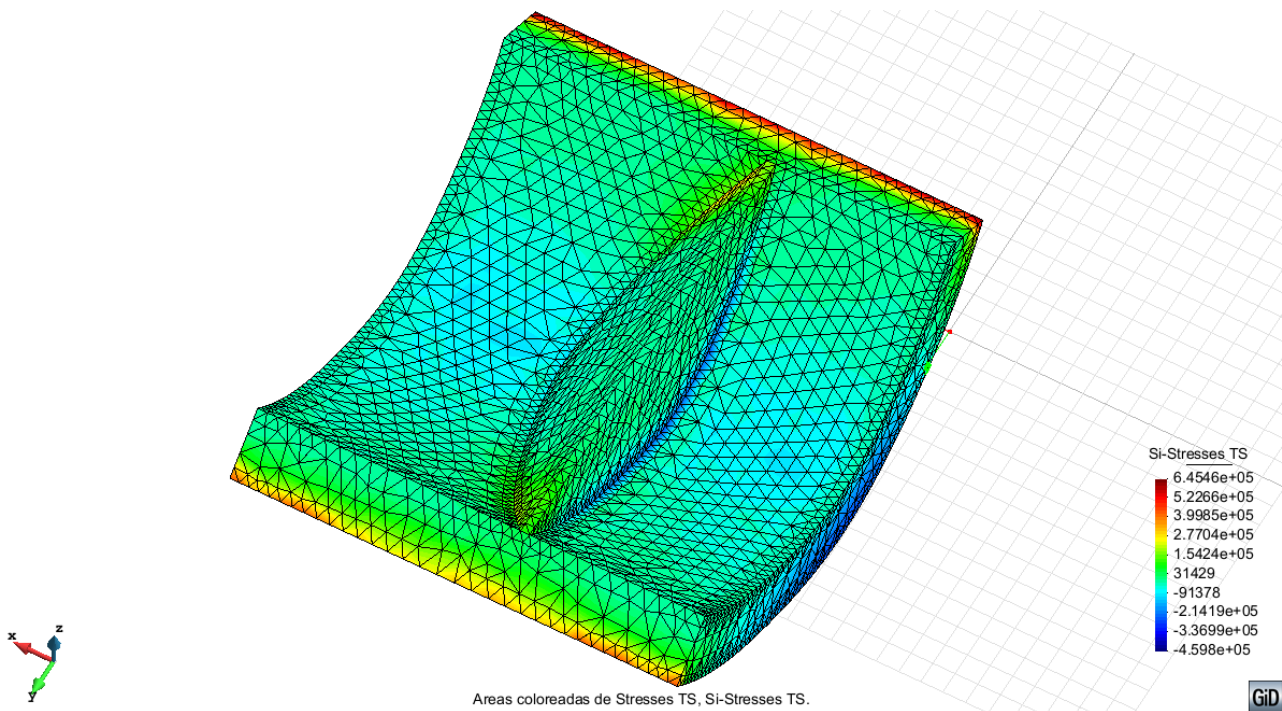
En la següent figura es pot veure de la mateixa manera que en els desplaçaments horitzontals, on el desplaçament màxim es troba en la coronació i pren un valor de -0,22 cm, lleugerament superior a l'obtingut en el 2D (-0,16 cm). Aquest valor és gradualment més petit a mesura que s'acosta al terreny, encara que no es produeix de manera homogènia tal i com passava en l'anàlisi bidimensional i com es pot veure comparant les pendents aigües amunt i avall de la presa. Això és degut a l'efecte del propi pes de l'estructura i l'efecte estabilitzador, que fa que els desplaçaments verticals siguin menors en el pendent aigües avall que el d'aigües amunt.



d) Tensions màximes tracció (tensions principals Si):

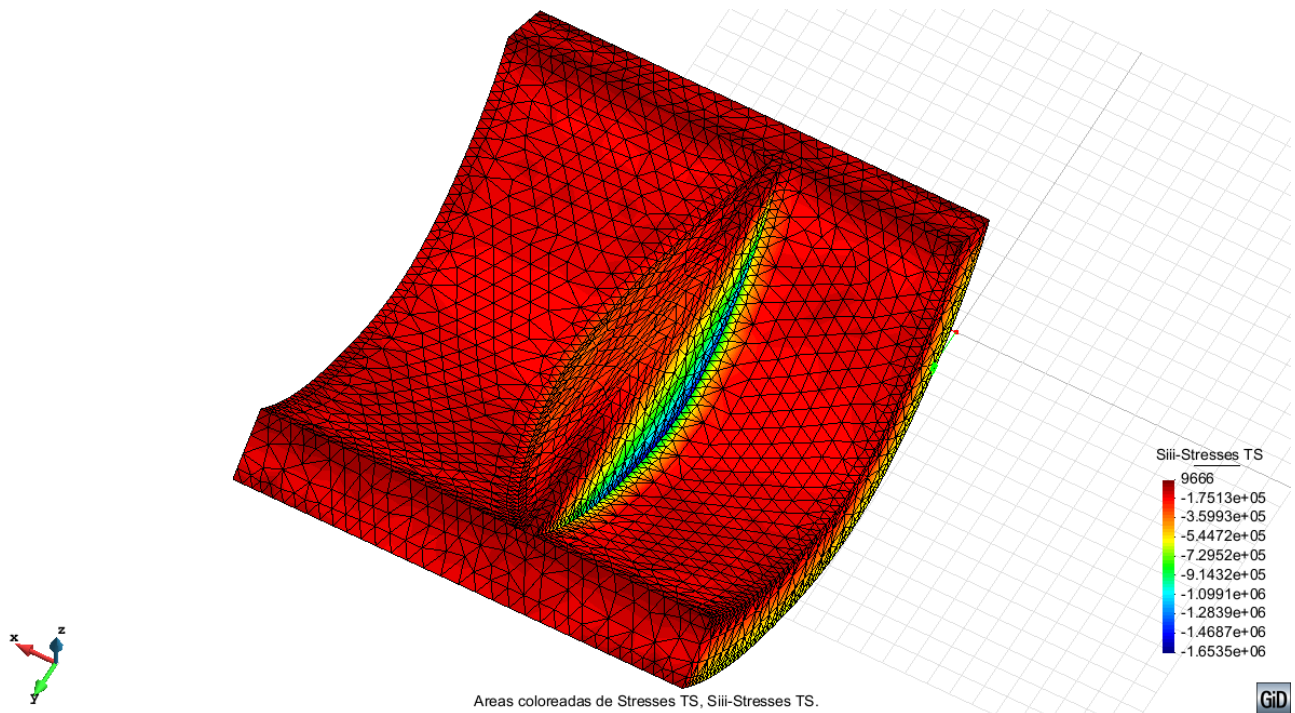
Pel que fa a la distribució de tensions màximes, es pot comprovar que aquestes es concentren al voltant del punt conflictiu de l'anàlisi bidimensional (base aigües amunt de la presa). En els contorns del terreny es produeixen concentracions de traccions tal i com s'ha explicat anteriorment. Això, com també s'ha explicat, es deu al canvi en les condicions de contorn.

En cap moment però, tot i la concentració de tensions en la presa no es supera el valor màxim establert en el dimensionament, fet que confirma les hipòtesis de les concentracions fictícies de tensions de l'anàlisi bidimensional.

**e) Tensions màximes compressió (tensions principals Siii):**

Les tensions màximes de compressió es concentren d'una manera semblant al cas bidimensional tal i com es pot veure en la següent figura. Aquestes es produeixen en la base de la presa aigües amunt a causa del propi pes de la presa i l'efecte estabilitzador.

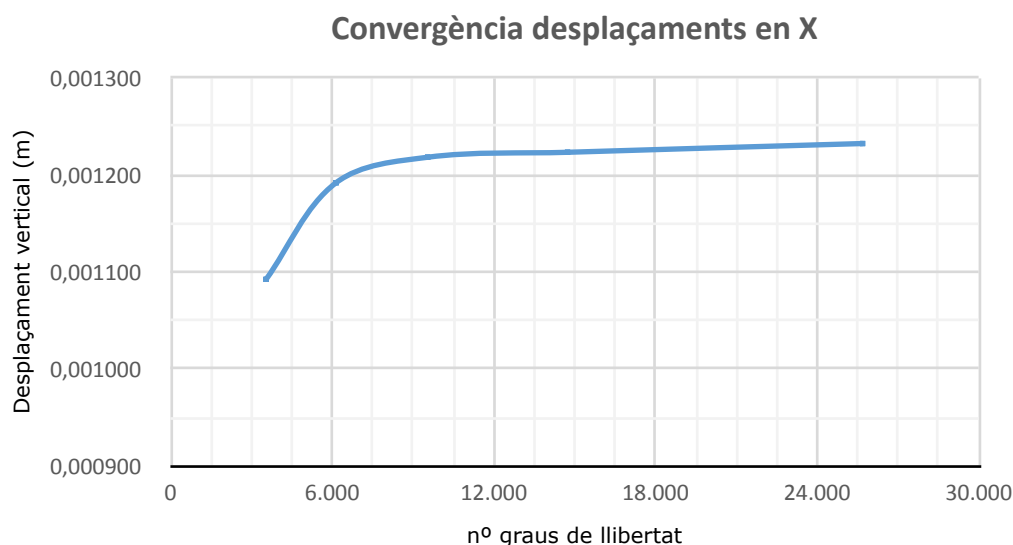
En aquest cas, les tensions màximes arriben als 1,7 MPa, força majors que els 3,9 MPa en compressió obtinguts en l'anàlisi bidimensional. En tot cas, en cap cas suposen una limitació en el dimensionament.



6.2. Considerant el pes propi i la càrrega distribuïda

A continuació es presenten els resultats obtinguts per la càrrega hidrostàtica, tenint en compte a més a més el pes propi de la mateixa estructura. En primer lloc, es farà un anàlisi de convergència dels resultats tot i que ja s'havia realitzat considerant només el pes propi.

Mida malla	Nodes	Nº gdl	Desplaçament X	Traccions màx	Compressions màx
20	1182	3546	0,0010923	4,3781E+05	-1,0121E+06
15	2048	6144	0,0011917	4,3963E+05	-1,1816E+06
12	3181	9543	0,0012179	4,9962E+05	-1,1896E+06
10	4912	14736	0,0012230	6,0978E+05	-1,2273E+06
8	8562	25686	0,0012350	6,3018E+05	-1,2300E+06



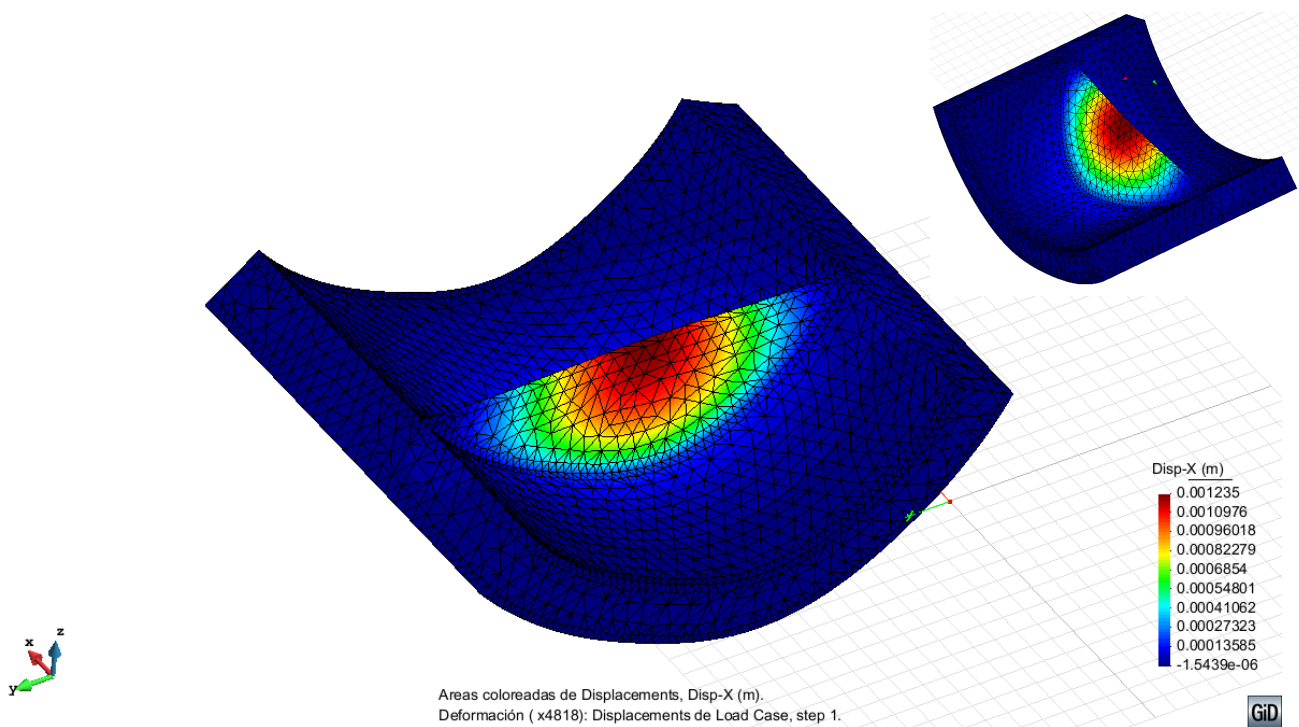
Igual que en el cas anterior, es pot comprovar com a partir de la malla de 8 els resultats ja són fiables ja que convergeixen correctament. No s'ha pogut fer una malla més petita ja que el programa no tenia prou memòria per fer-ho. Les tensions en canvi no acaben de convergir pel problema que s'ha comentat en referència a les concentracions del terreny.

Així, els resultats que es presenten a partir d'ara corresponen a la malla més refinada de valor 8 metres per tot el model.

a) Desplaçaments en l'eix horitzontal (x)

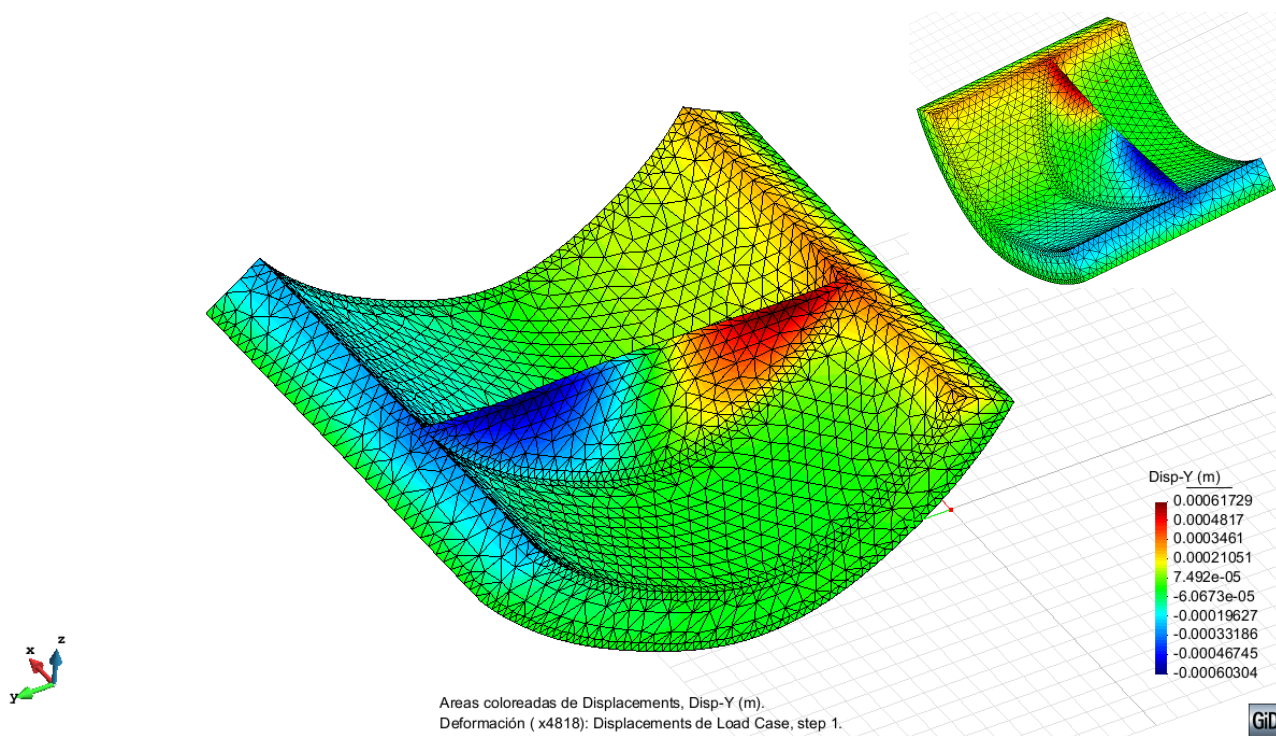
Com mostra la deformada de la figura, es pot veure com a diferència dels resultats anteriors, la càrrega de l'aigua fa que la presa tendeixi a desplaçar-se en el sentit del seu volcament. El valor màxim per tant, es trobarà en la coronació de la presa i tindrà un valor màxim de + 0,12 cm i per tant menor que l'obtingut en el 2D (0,18 cm). Aquest és cada vegada menor a mesura que s'apropa al terreny.

A més a més caldria destacar que els desplaçaments seran lleugerament més grans en la vesant del mur aigües amunt que aigües avall, tal i com també es podia veure en el 2D. Per tant, el resultat es coherent i l'esperat per les condicions i càrregues aplicades.



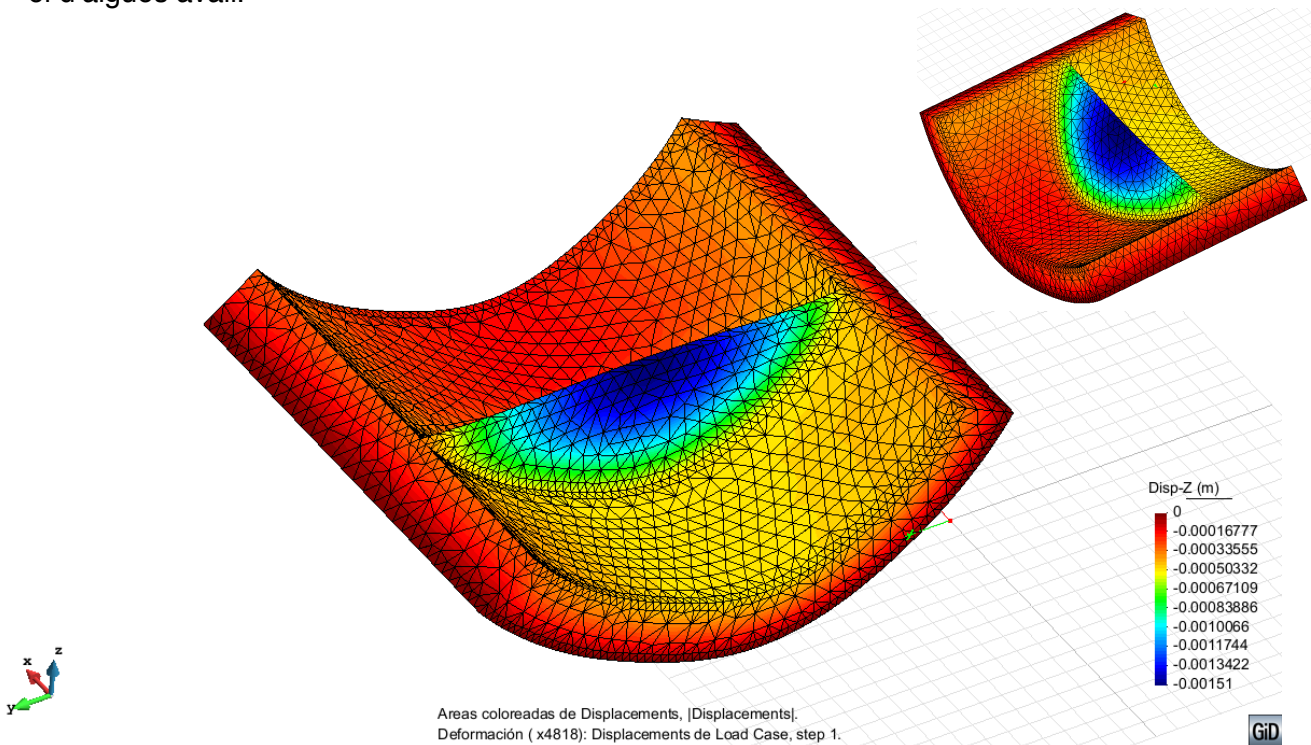
b) Desplaçaments en l'eix horitzontal (y)

En la següent figura deformada es pot veure un comportament i uns valors semblants als obtinguts sense aigua, on el desplaçament mínim es troba en la coronació i augmenta gradualment a mesura que s'acosta al terreny. Tot i així, els valors dels desplaçaments són molt petits, fet que corrobora les hipòtesis de l'anàlisi bidimensional.



c) Desplaçaments en l'eix vertical (z)

En la següent figura deformada es pot veure que el desplaçament màxim es troba igual que en el cas bidimensional en la coronació i pren un valor de -0,15 cm i per tant molt proper als -0,16 cm obtinguts en el 2D. Aquest valor és gradualment més petit a mesura que s'acosta al terreny, encara que no es produeix de manera homogènia. També es pot veure l'efecte de l'empenyiment de l'aigua, que fa que els desplaçaments verticals siguin menors en el pendent aigües amunt que el d'aigües avall.

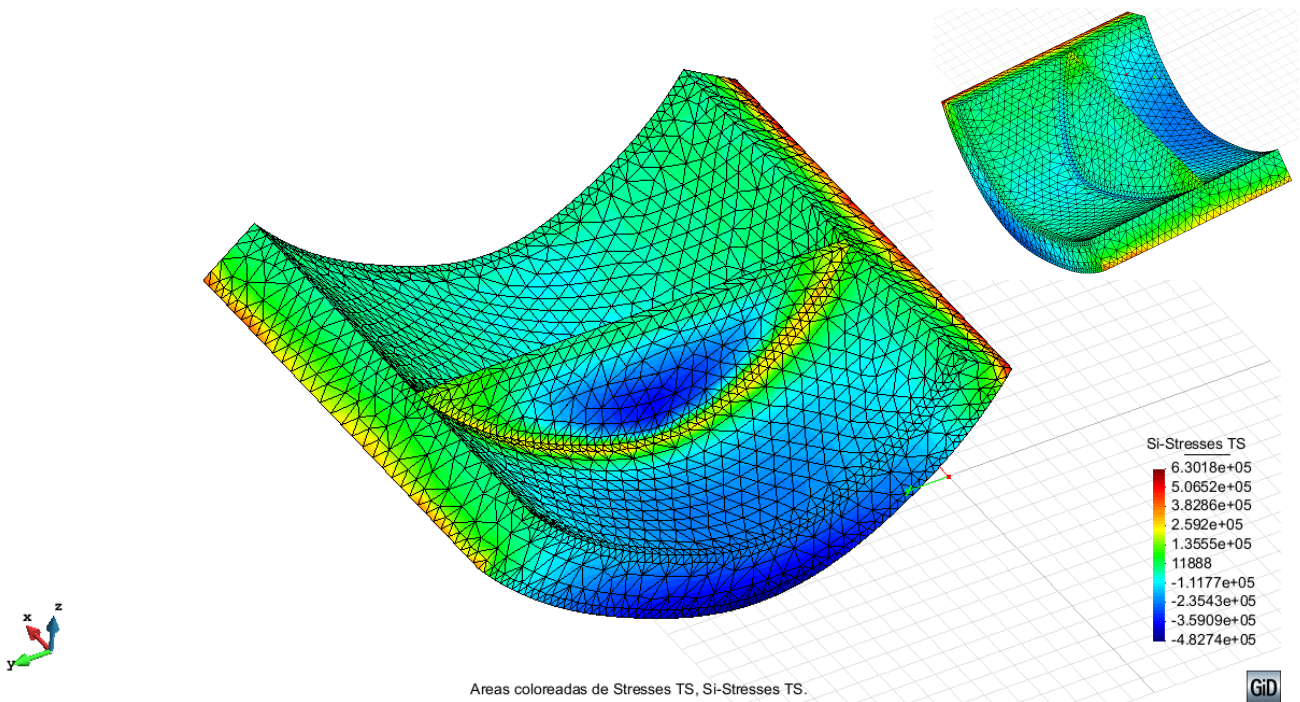


d) Tensions màximes tracció (tensions principals S_i):

En els resultats següents es pot veure com els valors més elevats de traccions (amb un color grogenc) es troben com és lògic, als voltants del punt de concentracions de tensions que sorgien en l'anàlisi bidimensional per l'efecte del volcament de l'aigua i en la zona més llunyana de l'acció de l'aigua.

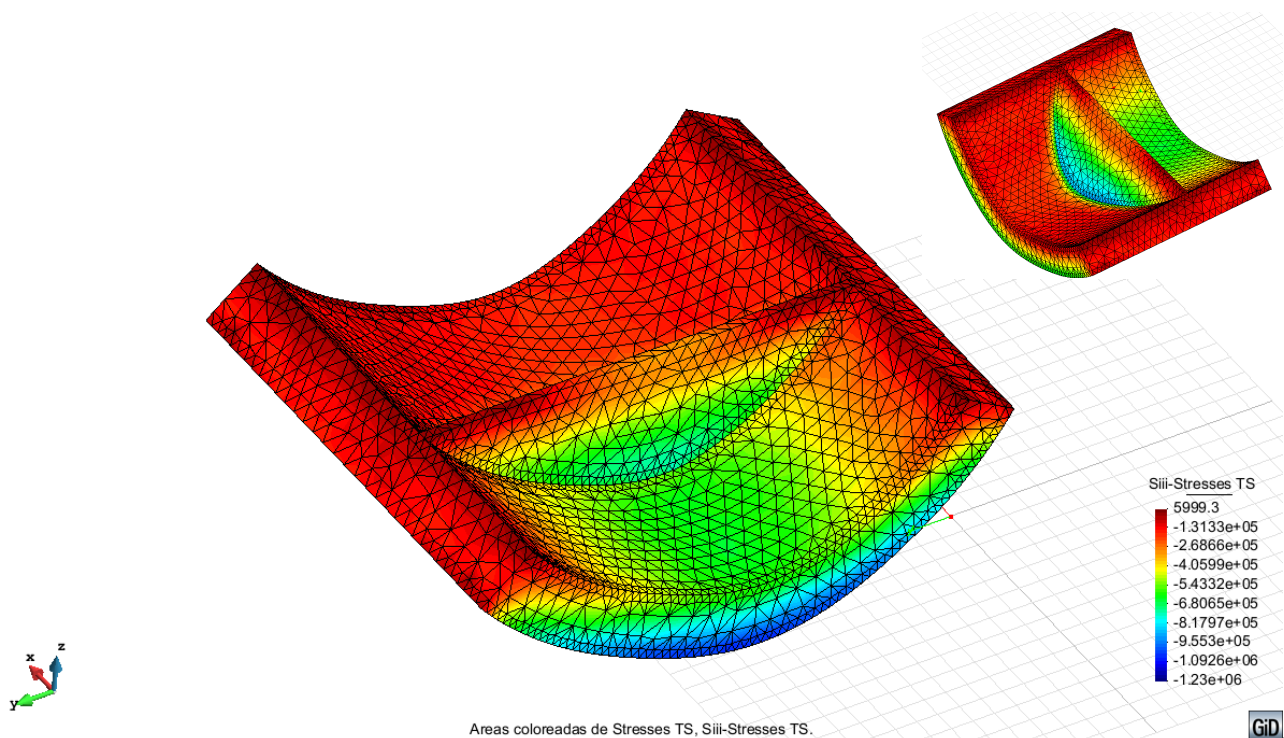
Aquests valors considerant el pes de l'aigua, resultaven conflictius alhora de fer el dimensionament de la presa a causa de les concentracions de tensions fictícies. Així, es pot comprovar com efectivament era un error de càlcul ja que en aquest anàlisi no es superen les tensions de més de 3MPa en tracció.

Com passava en l'anàlisi sense càrregues, es pot comprovar una concentració de tensions en els extrems del terreny que no responen a la realitat.



e) Tensions màximes compressió (tensions principals Siii):

Pel que fa a les compressions màximes, més elevades es troben al terreny, al centre de la presa, i a major profunditat ja que suporten més pes que les zones més elevades, mentre que les compressions mínimes es troben en el terreny aigües avall de la presa i a la part superior, en la coronació de la presa, tal i com també reflectia el model 2D. En tot cas, en cap cas les compressions són superiors de 30 MPa, ja que el valor màxim és de poc més de 1 MPa. Aquest de fet, és el comportament esperat per una presa de formigó de gravetat, en que les compressions no són una restricció.



7. Conclusions

En aquest problema, s'ha pogut comprovar el comportament del model proposat amb l'aplicació d'un programa d'elements finits i a la vegada les seves limitacions. En general, el comportament estructural és l'esperat estudiant els esforços produïts considerant o no les càrregues hidrostàtiques, i en vista als resultats de la deformada dels desplaçaments.

Pel que fa a l'anàlisi bidimensional, l'estat de tensions presenta limitacions en aquesta geometria d'aquest model en concret ja que es produeixen concentracions de tensions en l'angle quasi recte de la base de la presa aigües amunt. Si bé és cert que en aquell punt hi ha un elevat estat tensional, s'ha pogut demostrar que aquest no és tant elevat com indica el programa. Prova d'aquest comportament erroni del programa s'ha demostrat amb les diferents mides de malles que **no convergeixen** a una mateixa tensió, sinó que augmentaven a mesura que es refinava la malla, mentre que els desplaçaments sí convergien.

Malgrat la **malla progressivament** més petita per solucionar-ho, seguia existint concentracions de tensions fictícies que impedié estudiar més fàcilment la resta del model que sí reflectia correctament l'estat tensional. També, a mesura que la malla era més fina en aquell punt, les tensions quedaven cada cop més **focalitzades**, afectant finalment escassos centímetres aprop del punt conflictiu. Per aquest motiu, s'ha analitzat el model excloent amb un cert marge de seguretat aquestes tensions pic fictícies i així concloure que la geometria dimensionada era correcte sense superar els límits de tensió establerts. Per estudis més precisos però, caldria refer els càlculs amb altres metodologies per tal de corroborar els resultats obtinguts i aconseguir la distribució de tensions amb precisió en el punt conflictiu.

Pel que fa a l'anàlisi tridimensional, com s'ha anat detallant en els resultats, s'ha pogut comprovar com aquests són molt semblants als obtinguts en la secció estudiada en l'anàlisi bidimensional (centre de la presa, on l'altura d'aquesta és màxima). Aquest fet corrobora el **bon comportament** del programa en ambdós anàlisis tant pel que fa a la distribució de tensions com al valor numèric resultant. Entre aquests resultat, cal destacar el valor pràcticament **nul** en els desplaçament horitzontals en l'eix y (0,01 cm) que verifiquen les **hipòtesis** de deformació plana establertes en l'anàlisi bidimensional. En general tots els resultats en el 2D deixaven al lloc de la seguretat respecte l'anàlisi en 3D.

D'altra banda, l'anàlisi tridimensional ha corroborat la problemàtica de les concentracions de tensions que es produïen al bidimensional, **avalant** el **dimensionament** de la geometria considerada que s'ha pogut reduir al màxim per tal de abaratir els costos de la construcció. Tot i així, en l'anàlisi tridimensional també es produïen concentracions de tensions que en aquest cas afectaven al terreny segurament pels canvis en les condicions de contorn d'aquest. Així doncs, per anàlisis més detallats caldria considerar amb més detall aquestes zones conflictives.