

INGENIERÍA DE ESTRUCTURAS: *Problema DP-10*

Eva Pujol Castellà

46979380-V

1. INTRODUCCIÓN

En este presente trabajo se nos pide dimensionar el espesor del refuerzo de hormigón del túnel teniendo en cuenta que el terreno está compuesto por varios estratos de terreno de distinto material con sus respectivas características.

Además, se nos pide que se deben limitar los asientos en superficie por efecto del túnel a 1cm teniendo en cuenta que el espesor de refuerzo debe ser superior a 8cm y que las tensiones máximas a compresión y tracción no deben superar los 30 y 25 MPa respectivamente.

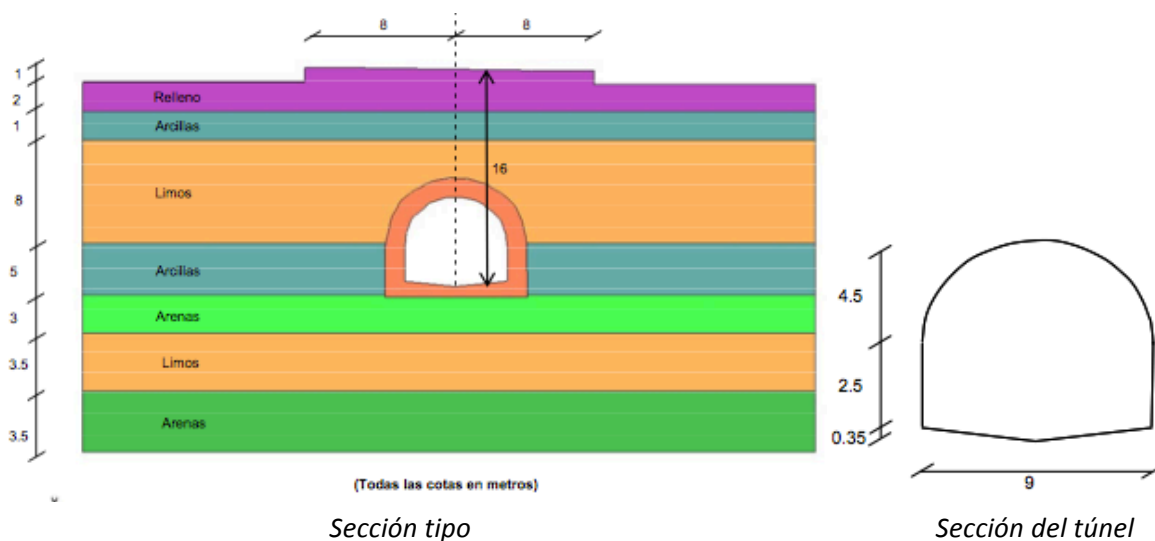
En primer lugar, se estudiará el asiento producido en el terreno sin considerar la presencia del túnel y finalmente se volverá a realizar el mismo proceso considerando la existencia de este.

Cabe decir que este es un problema de deformación plana y, por lo tanto, se deberá tener en cuenta en el cálculo. Este tipo de problemas se caracterizan por tener una de sus dimensiones, en este caso la longitud del túnel, mucho mayor a las otras dos y, además, las fuerzas actuantes se distribuyen uniformemente a lo largo de toda la longitud y están contenidas en planos ortogonales al eje que une los centros de gravedad de todas las secciones.

2. DATOS DEL PROBLEMA

Tal y como hemos comentado anteriormente el objetivo de este problemas es determinar el espesor necesario del refuerzo de hormigón teniendo en cuenta las limitaciones indicadas.

A continuación se muestra una sección tipo del terreno estudiado donde se especifican los materiales que conforman los distintos estratos del problema con sus respectivas características así como las dimensiones de cada estrato y las del túnel.



A continuación, se presentan las características de los materiales:

<i>Relleño:</i>	$E = 5 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$;	$\nu = 0,20$;	$\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$
<i>Arcillas:</i>	$E = 5 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2$;	$\nu = 0,20$;	$\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$
<i>Limos:</i>	$E = 4,5 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2$;	$\nu = 0,25$;	$\gamma = 20,5 \text{ kN/m}^3$
<i>Arenas</i>	$E = 4 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2$;	$\nu = 0,3$;	$\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$
<i>Hormigón:</i>	$E = 2 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$;	$\nu = 0,2$;	$\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$

En este caso se ha tenido en cuenta una longitud total del terreno es de 50 metros dado que se considera que será suficiente para aceptar los resultados obtenidos.

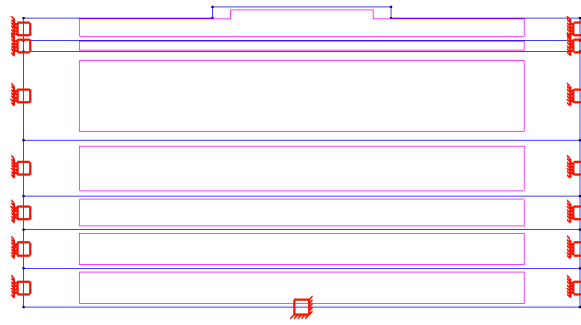
3. RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA

Para la resolución de este problema ha sido necesario usar el programa de cálculo GiD, el cual resuelve la estructura mediante la discretización de la geometría en elementos finitos, cuyas características deben ser definidas por el usuario.

Además cabe decir que, dentro de este programa, existen muchas extensiones que resuelven de forma más específica problemas concretos. Para problemas de estructuras existe el programa Ramseries, el cual cuenta con una serie de extensiones dependiendo de las características de la estructura que se quiera resolver. En este caso en concreto, se ha escogido usar el tipo de problema Ramseries_Educational_2D\Plane_State ya que es específico para problemas de estado plano. Por lo tanto, el primer paso es determinar que se trata de un estado de deformación plana.

3.1. ASIENTO PRODUCIDO POR EFECTO DEL TERRENO

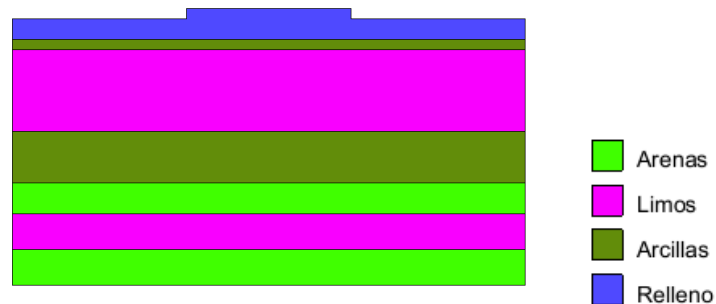
A continuación, y dado que tenemos que calcular el asentamiento producido por el túnel, dibujamos la geometría del terreno, primero sin tener en cuenta la existencia del túnel y después teniendo en cuenta su presencia. La geometría dibujada es la siguiente:



Geometría del terreno y condiciones de contorno

En la imagen también podemos observar las condiciones de contorno que se han aplicado. Para la parte inferior del terreno se ha considerado un empotramiento dado que se considera que el estrato por debajo es suficientemente rígido. Por otro lado, en ambos lados se permite el movimiento vertical pero el horizontal queda restringido ya que se quiere tener en cuenta como si las capas del terreno se extendieran por ambos lados.

A continuación se aplican las propiedades de los materiales que se han especificado en el punto anterior teniendo en cuenta que, dado que se trata de un problema de deformación plana, se debe aplicar un espesor igual a la unidad con el objetivo de encontrar los resultados por unidad de longitud del túnel. Así, obtenemos lo siguiente:



Materiales

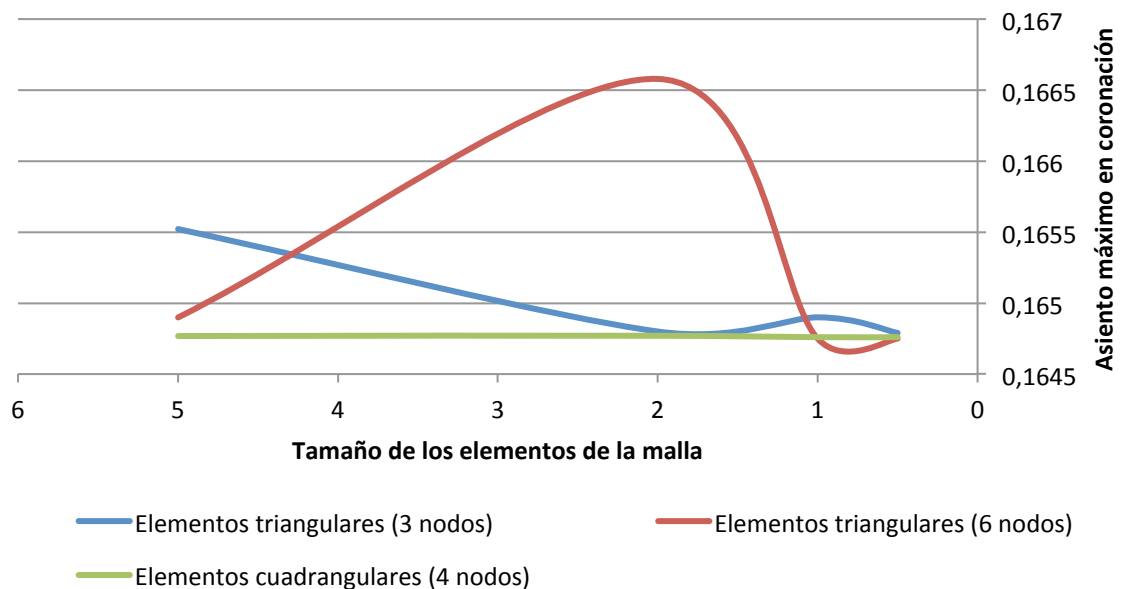
Para la aplicación de las cargas es suficiente con especificar que se tenga en cuenta el peso propio de los materiales para el cálculo.

ESTUDIO DE CONVERGENCIA

Con esta geometría presentada se va a realizar un estudio de convergencia con el objetivo de encontrar que tipo de elemento se adapta mejor a las condiciones del problema. Se ha escogido para el estudio elementos triangulares de 3 y 6 nodos y elementos cuadriláteros de 4

nodos. Los resultados obtenidos respecto al asiento máximo en superficie para distintos tamaños de malla en cada tipo de elemento son los siguientes:

Elementos triangulares (3 nodos)		Elementos triangulares (6 nodos)		Elementos cuadrangulares (4 nodos)	
Tamaño malla	Asiento máximo (m)	Tamaño malla	Asiento máximo (m)	Tamaño malla	Asiento máximo (m)
5	0,16552	5	0,16477	5	0,16490
2	0,16480	2	0,16477	2	0,16658
1	0,16510	1	0,16476	1	0,16475
0,5	0,16479	0,5	0,16476	0,5	0,16475



Mediante la gráfica anterior podemos ver como los elementos triangulares de 3 nodos presentan una velocidad de convergencia claramente superior a los demás tipos de elementos estudiados. De todas formas, en este caso el coste computacional es mayor debido a que contienen un mayor número de nodos por elemento. Por este motivo, finalmente se ha decidido realizar el cálculo con elementos triangulares de 3 nodos pero con un tamaño de malla tal que asegure la convergencia sin suponer un coste computacional demasiado elevado. A continuación se adjuntan los resultados obtenidos mediante una malla de elementos triangulares de 3 nodos con un tamaño de 0,5:

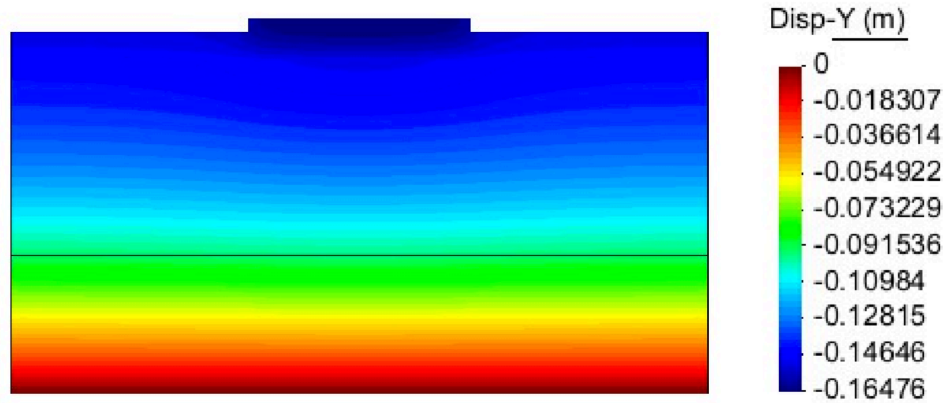


Diagrama de desplazamientos verticales

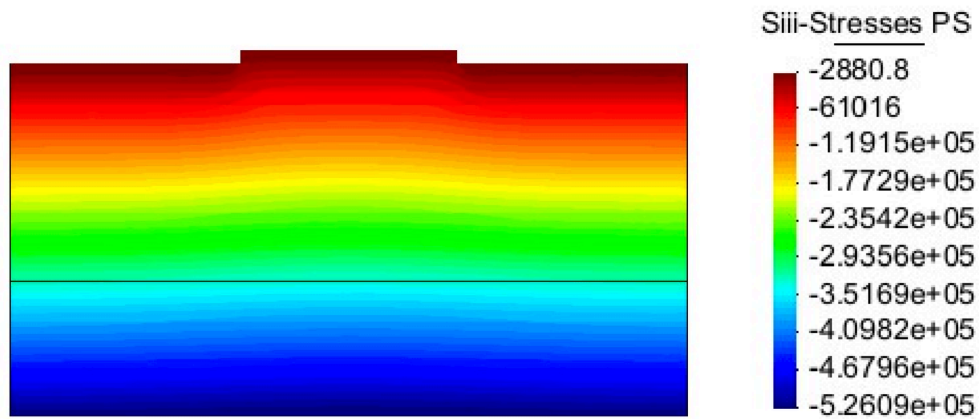
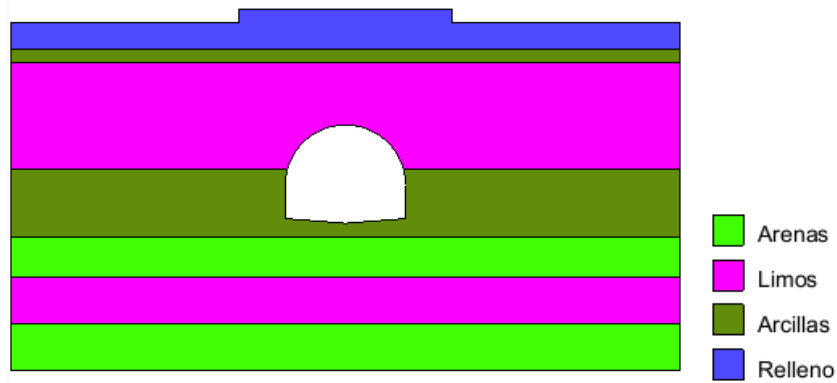


Diagrama de tensiones principales

Finalmente, con respecto al valor del asiento se considerará que por efecto únicamente del terreno este es de 16,48 cm.

3.2. Asiento producido por efecto del túnel sin revestimiento

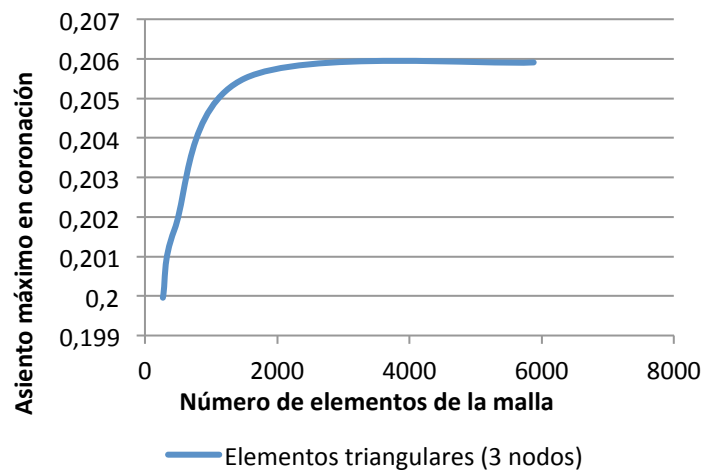
El siguiente paso necesario es calcular el asiento que se produce en el mismo terreno cuando añadimos la sección del túnel que se nos plantea en el enunciado pero sin añadir el revestimiento de hormigón que se estudiará posteriormente. Así, respecto a las condiciones de contorno y las cargas finalmente no se ha realizado ninguna modificación pero la nueva geometría se define en la imagen siguiente:



Geometría del terreno con sección del túnel

Así pues, para este caso se ha resuelto el problema mediante mallas de elementos triangulares de tres nodos y se han obtenido los siguientes resultados:

Elementos triangulares (3 nodos)	
Tamaño malla	Asiento máximo (m)
5	0,19995
2	0,20168
1	0,20551
0,5	0,20591



De la anterior gráfica podemos concluir que el asiento producido por el túnel es la diferencia entre el valor del asiento en este caso y el asiento anteriormente calculado debido únicamente al efecto del terreno:

$$\text{asiento debido al túnel} = 20,59 - 16,48 = 4,11 \text{ cm}$$

A continuación se adjuntan los resultados obtenidos mediante la malla de elementos triangulares de 3 nodos con un tamaño de malla de 0,5:

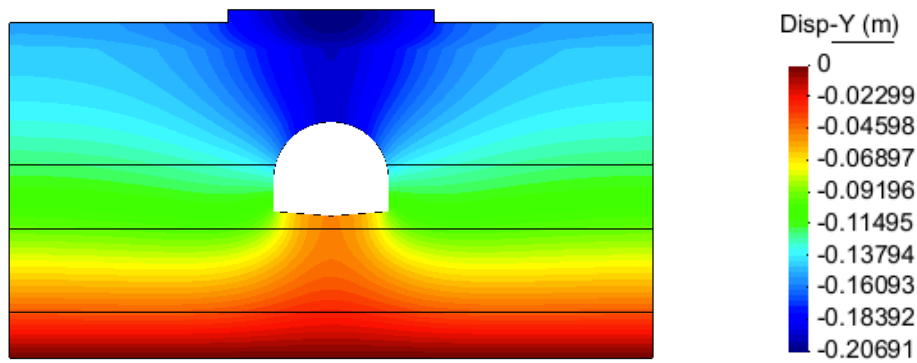


Diagrama de desplazamientos verticales

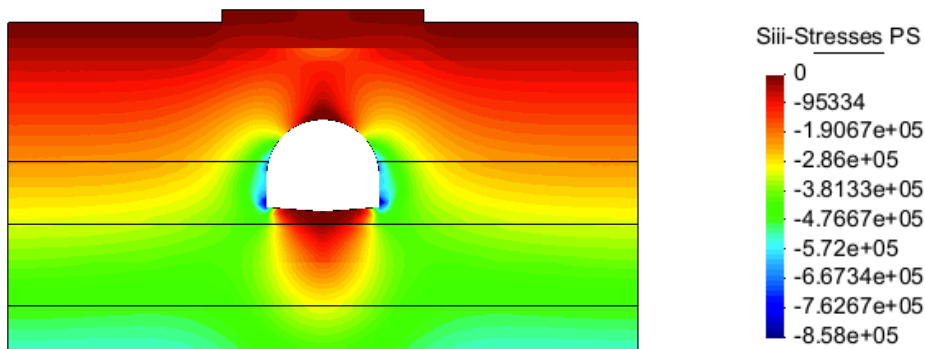
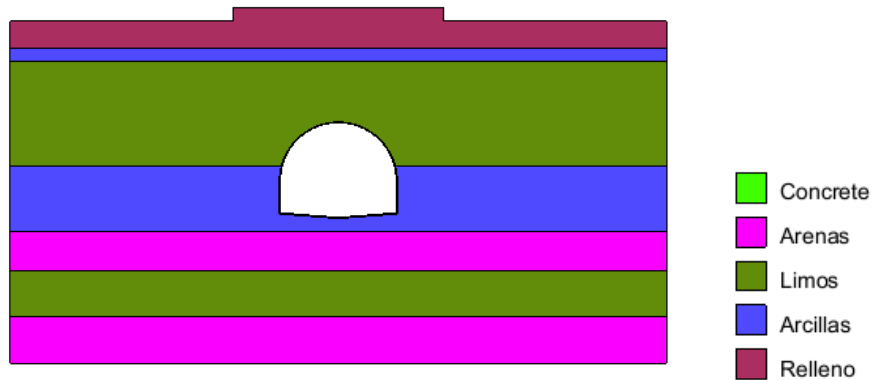


Diagrama de tensiones principales

Tal y como se puede observar, por efecto del túnel se produce un aumento considerable del asiento en la superficie del terreno y en el siguiente apartado se comprobará para que espesor del revestimiento de hormigón del túnel este queda reducido a 1 cm. Por otro lado, en el diagrama de tensiones principales, se observa que no existen tracciones en ningún punto del terreno y, además, las compresiones están muy por debajo del máximo admisible (se permite hasta 30 MPa y el máximo, que se produce alrededor del túnel, es de 0,86 MPa).

3.3. Asiento producido por efecto del túnel con revestimiento de 9cm

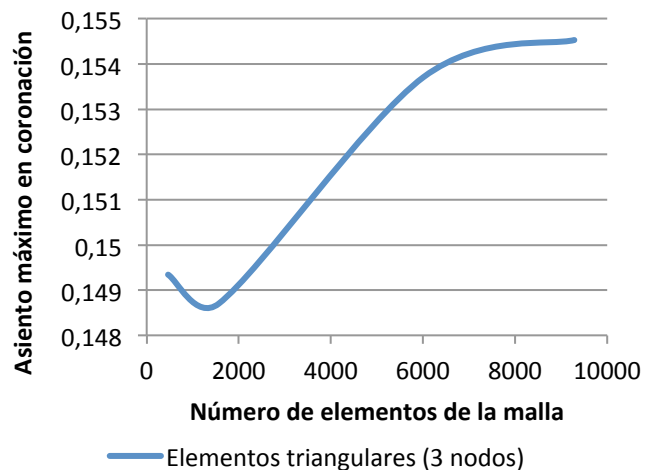
Dado que en el enunciado se especifica que el espesor de hormigón del revestimiento debe ser superior a 8 cm, se va a empezar por estudiar la respuesta del terreno cuando añadimos un espesor interior de 9 cm. Por lo tanto, los cambios que es necesario aplicar al modelo son básicamente en la geometría y en la definición de los materiales tal y como se presenta a continuación:



Geometría del terreno con túnel y revestimiento de 9 cm

Una vez definida la geometría con la nueva configuración, se ha realizado nuevamente el análisis de convergencia con elementos triangulares de 3 nodos para comprobar cual es el valor del asiento en este caso:

Elementos triangulares (3 nodos)	
Tamaño malla	Asiento máximo (m)
2	0,14934
1	0,1487
0,5	0,15371
0,4	0,15453



Primeramente, cabe decir que en este caso no ha sido posible realizar el cálculo mediante elementos de tamaño 5 ya que es un valor demasiado elevado para mallar la sección del revestimiento del túnel. Por otro lado, si observamos ahora el asiento producido por el túnel con revestimiento obtenemos lo siguiente:

$$\text{asiento debido al túnel con revestimiento (9 cm)} = 15,45 - 16,48 = -2,03 \text{ cm}$$

Por lo tanto, podemos ver como el efecto del revestimiento mínimo es muy favorable respecto al asiento del terreno ya que produce un efecto de aumento de la rigidez del terreno que incluso reduce el asiento producido antes de la construcción del túnel.

Los resultados para la malla más pequeña, de tamaño 0,4, con el objetivo de realizar también la comprobación de tensiones se adjuntan a continuación:

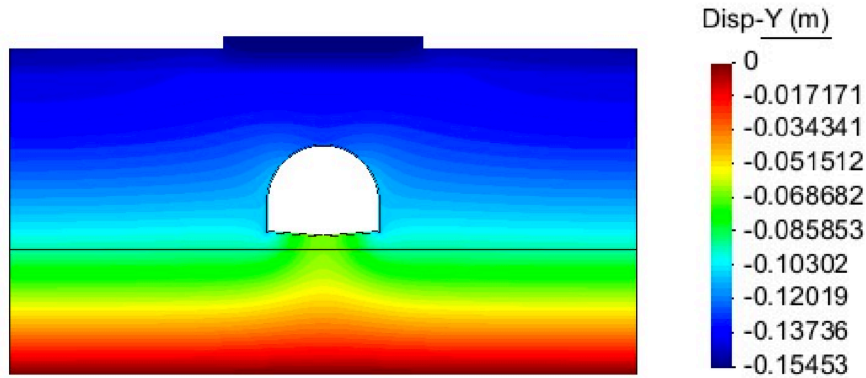


Diagrama de desplazamientos verticales

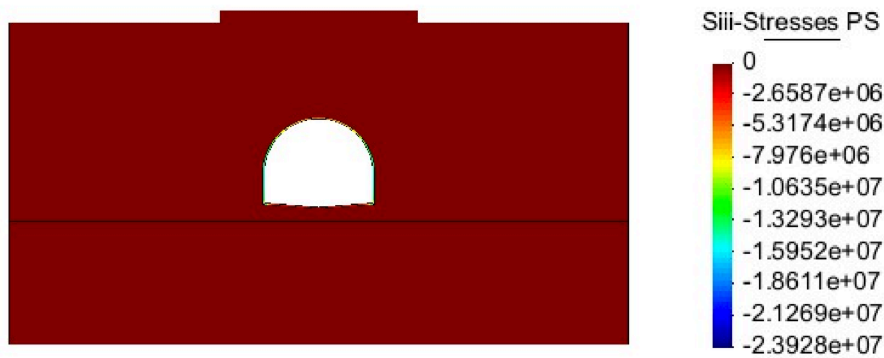
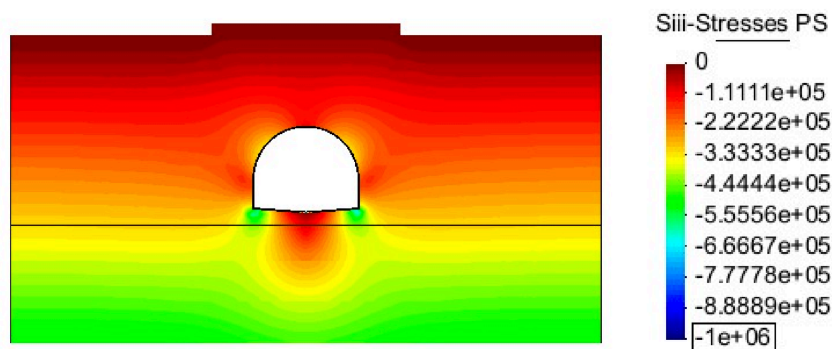


Diagrama de tensiones principales

Así pues, se observa el máximo asiento en superficie anteriormente comentado y, con respecto a las tensiones, se puede observar que son considerablemente más elevadas en la sección de hormigón que en el terreno. Aunque podemos asegurar que se cumple la restricción comentada respecto a las tensiones ya que la compresión máxima observada es de 23,93 MPa, por debajo del máximo de 30 MPa, se puede realizar una gráfica que nos muestre la distribución de tensiones en el terreno:



Distribución de tensiones principales en el terreno

Finalmente observamos como las tensiones en el terreno no superan en ningún punto el valor de 1 MPa, claramente por debajo del valor admisible.

4. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El objetivo principal de este problema era calcular el revestimiento mínimo que se debía proyectar para el interior de un túnel teniendo en cuenta que se quería reducir el asiento por efecto del túnel a 1 cm y se limitaban las tensiones admisibles en unos valor de 25 MPa y 30 MPa para tracciones y compresiones respectivamente. Para tal efecto, se ha realizado un modelo en dos dimensiones aprovechando las ventajas que ofrece la simplificación del problema como un estado de deformación plana.

Primeramente se ha calculado el asiento producido solamente por efecto del terreno y por efecto del túnel sin revestimiento, obteniendo un valor de 4,11 cm para el máximo asiento debido al túnel. Así pues, se ha realizado el cálculo añadiendo un valor para el revestimiento de 9 cm, el mínimo revestimiento requerido, para observar el efecto sobre el terreno. En este caso, se ha podido observar como este revestimiento rigidiza el terreno hasta tal punto que el asiento máximo es menor que solamente por efecto del terreno. Además, por último se ha comprobado también que se cumple la restricción con respecto a las tensiones, lo cual se ha observado que se cumple holgadamente.

Por otro lado, en el estudio de convergencia realizado se ha observado que aunque los elementos triangulares de 6 nodos presentan una buena velocidad de convergencia, el coste computacional es muy importante y, por este motivo, finalmente se ha decidido usar elementos triangulares de tres nodos con mallas más refinadas.

5. MÉTODO IMPLEMENTADO

Para la resolución de este problema se ha implementado la simplificación de deformación plana ya que, tal y como se ha comentado previamente, una de sus dimensiones, en este caso la longitud del túnel, es mucho mayor a las otras dos. Además, también se cumple el requerimiento respecto a las fuerzas, que todas ellas están contenidas en el plano ortogonal de la sección.

Seguidamente se muestran los aspectos a tener en cuenta:

- 1) *Campo de desplazamientos*: La teoría de la elasticidad bidimensional determina que todas las secciones perpendiculares al eje prismático se deforman en su plano y de manera idéntica.
- 2) *Campo de deformaciones*: El vector de deformaciones significativas para el caso de deformación plana tiene en cuenta que la deformación respecto de eje z es nula y, por lo tanto, se obtiene lo siguiente:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]^T$$

- 3) *Campo de tensiones*: Dado que se trata de un problema de deformación plana, las tensiones tangenciales respecto del eje z son nulas y, por lo tanto, el vector de tensiones significativas queda de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T$$

A partir de estas expresiones, se puede determinar la relación tensión – deformación y la matriz constitutiva, la cual estará simplificada también por el hecho de tratarse de un problema de deformación plana.

- 4) *Expresión del Principio de los Trabajos Virtuales (PTV)*: En este caso en concreto, actuando solamente la fuerza debido al peso propio del terreno, se obtiene lo siguiente:

$$\iint_A \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dA = \iint_A \delta \mathbf{u}^T \mathbf{b} dA + \oint_I \delta \mathbf{u}^T \mathbf{t} ds + \sum_i \mathbf{u}_i^T \mathbf{q}_i$$

Cabe tener en cuenta que para el cálculo en deformación plana se ha aplicado un valor igual a la unidad para el espesor de todos los distintos materiales aplicados. A partir de esta expresión se puede realizar la discretización mediante elementos finitos y encontrar la matriz de rigidez de cada elemento.