



# Universidad Politécnica de Cataluña

## BarcelonaTech

Master en Ingeniería Estructural y de la Construcción

*Asignatura:*  
Ingeniería de Estructuras

Trabajo:

***TRABAJO FINAL***

*Berríos, Carlos*

*Junio, 2015*

# Contenido

PROBLEMA L11.....	2
Modelo .....	3
Convergencia de mallas .....	4
Selección de elemento .....	4
Convergencia de elemento .....	5
Resultados .....	7
• Desplazamientos .....	7
• Tensiones.....	8
Análisis.....	10
Las tracciones máximas en cualquier punto de la estructura no deben superar los 2 MPa.....	10
Las compresiones máximas en cualquier punto de la chapa no deben superar los 90 MPa.....	12
Conclusiones .....	14
PROBLEMA L31.....	15
Modelo .....	16
Convergencia de mallas .....	17
Selección de elemento .....	17
Convergencia de elemento .....	18
Resultados por peso propio .....	19
• Desplazamientos .....	19
• Rotaciones.....	20
• Tensiones (Top) .....	21
• Tensiones (Bottom).....	22
Aplicación de carga (-100 kN/m <sup>2</sup> ).....	23
Análisis.....	24
Conclusiones .....	25

## PROBLEMA L11

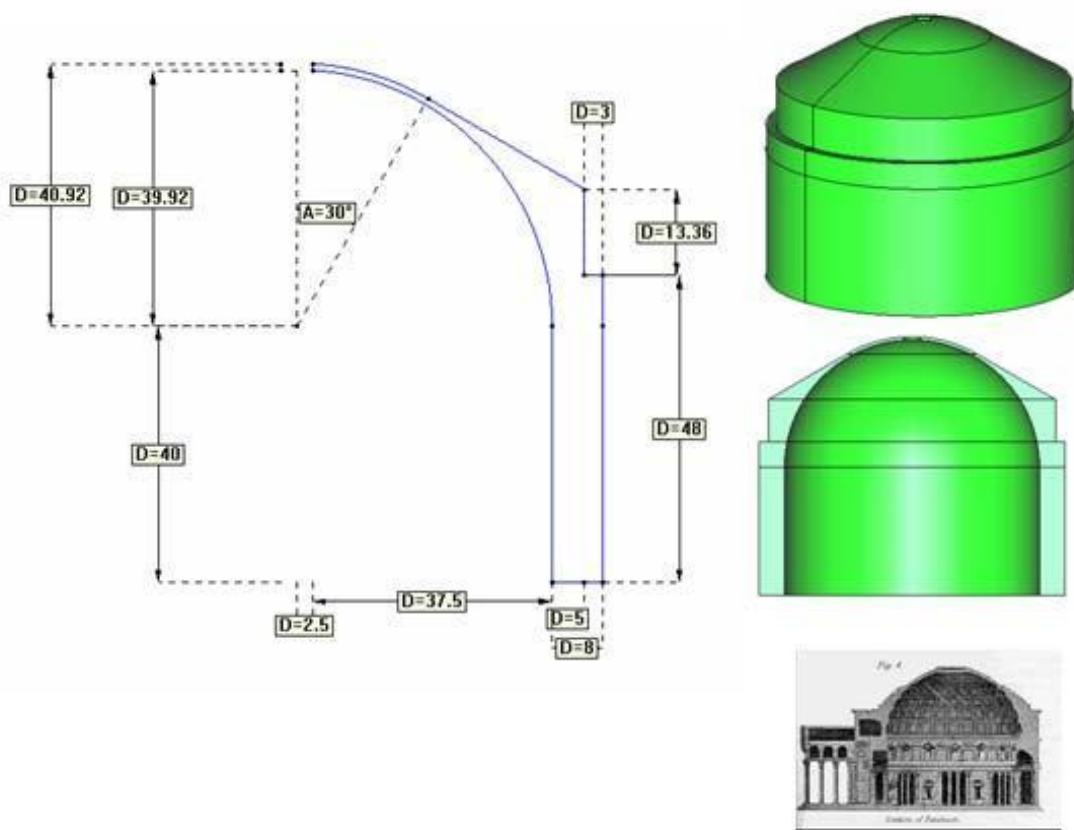
La figura representa aproximadamente el panteón de Agripa. Calcule el estado tensional y el coeficiente de seguridad que tiene la estructura ante el peso propio.

- 1) Las tracciones máximas en cualquier punto de la estructura no deben superar los 2 MPa
- 2) Las compresiones máximas en cualquier punto de la chapa no deben superar los 90 MPa
- 3) La base de la estructura se considera empotrada.
- 4) Las propiedades mecánicas del edificio son:  $E = 15.7 \text{ KN/mm}^2$   $\nu = 0.18$
- 5) El peso específico del material es de:  $1200 \text{ Kg/m}^3$

Cargas actuantes:

- a) Peso propio

Las dimensiones de la torre en m :



### **Modelo:**

Para la realización del modelado y análisis se utilizó el software Gid, lo cual requirió una definición inicial del tipo de problema a utilizar, el cual debe ajustarse lo mejor posible a la realidad de la estructura en consideración. Para este caso se puede observar que hay una marcada variación de espesores en las distintas partes que conforman la estructura del panteón, dichas variaciones no permiten abordar el problema utilizando láminas de placas, además al ser de revolución la estructura se debe aprovechar esta ventaja para el análisis, con lo que se escogió un análisis de sólidos de revolución para representar el comportamiento estructural.

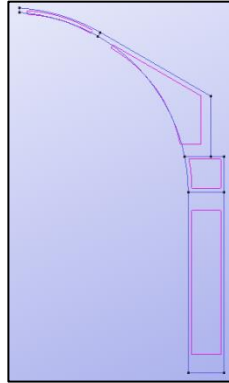


Fig 1. Vista XY.

Este tipo de problemas se definen modelando la sección transversal que genera el sólido de revolución, con lo que el modelo resulta contenido en el plano XY. De esta manera existen solo 3 grados de libertad, dos desplazamientos independientes y una rotación. Además hay que generar la correspondiente vinculación con el terreno, que para este caso se supondrá como empotrada, con lo que se restringen todos los desplazamientos en la base del panteón.

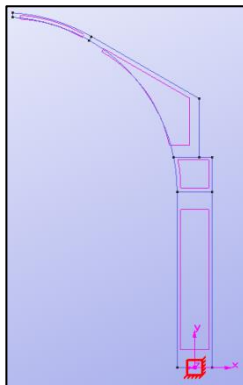


Fig 2. Vinculación con el terreno.

Posteriormente se asigna el material estipulado al inicio del planteamiento del problema, cuyas propiedades son:  $E = 15.7 \text{ KN/mm}^2$ ,  $\nu = 0.18$  y  $1200 \text{ Kg/m}^3$ .

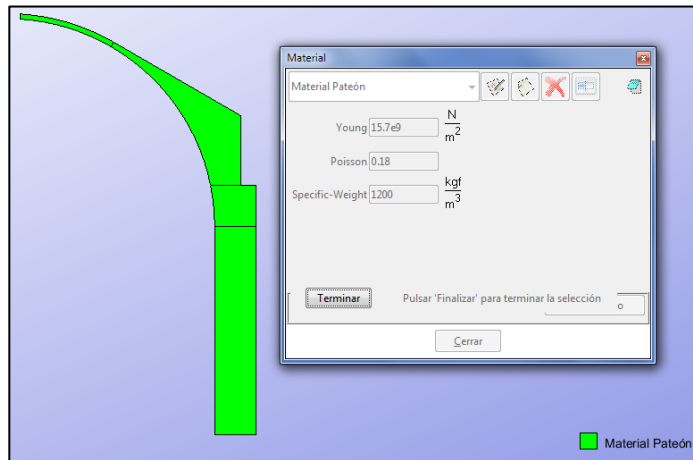


Fig 3. Asignación de material.

### Convergencia de mallas:

#### *Selección de elemento:*

Se realizó un estudio con distintos tipos de elementos antes de la selección del definitivo, los aspectos que se valoraron en la selección fueron la rápida convergencia y el número de grados de libertad, a continuación se muestra el comportamiento de los distintos elementos para mallas de (2m, 1.5m, 1m y 0.5m), tomando como referencia el desplazamiento vertical del punto más alto de la cúpula:

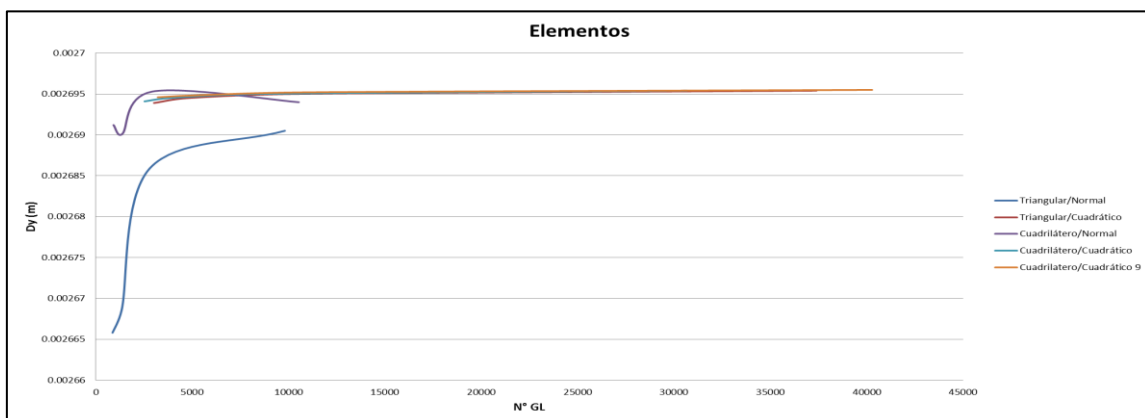


Fig 4. Selección de elemento de análisis.

Debido a la simplicidad del elemento triangular de 3 nodos y a su convergencia rápida a la solución exacta será utilizado para continuar el análisis del Panteón de Agripa. Este elemento presenta varias ventajas para este análisis, ya que al ser triangular se adapta muy bien a geometrías curvas como es la cúpula del panteón y además al ser un elemento sencillo la velocidad de análisis es mayor y se pueden asignar mallas más densas.

*Convergencia de elemento:*

Se utilizaron elementos triangulares de 3 nodos como se mencionó anteriormente, con los que se fue aumentando en número total de grados de libertad hasta encontrar la convergencia del resultado para el desplazamiento del mismo punto de referencia utilizado previamente, desplazamiento en Y del nodo superior de la cúpula.

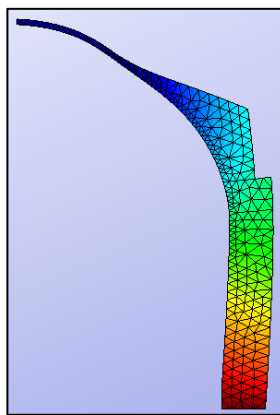


Fig 5. Deformada.

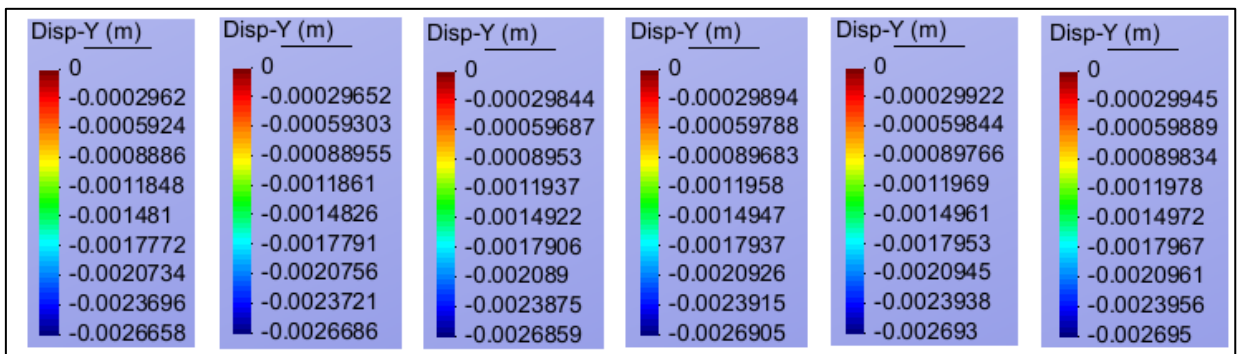


Fig 6. Desplazamientos en Y para mallas con elementos triangulares de 3 nodos de tamaños: 2m, 1.5m, 1m, 0.5m, 0.25m y 0.125m.

Tamaño de elemento	N° Elementos	N° nodos	N° GL	Dy
2	427	293	879	0.0026658
15	698	452	1356	0.0026686
1	1564	937	2811	0.0026859
0.5	5923	3273	9819	0.0026905
0.25	22607	11927	35781	0.002693
0.125	88230	45364	136092	0.002695

Fig 7. Tabla de convergencia.

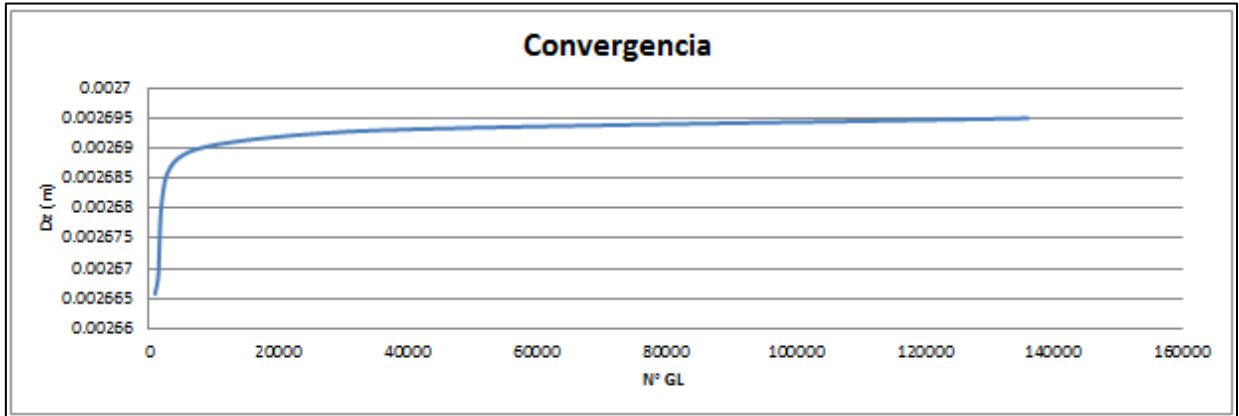


Fig 8. Convergencia de resultados de distintas mallas para el desplazamiento en Y del punto más alto de la cúpula del panteón.

De tal manera se utilizó la malla con elementos de 0.125m para continuar con el análisis estructural, se puede observar que para mallas de elementos de incluso 0.5m ya se obtienen buenos resultados, con variaciones de décimas de milímetros, pero en vista a que el objetivo del problema es el cálculo de los factores de seguridad se escoge el elemento más exacto de 0.125m.

**Resultados:**

- *Desplazamientos:*

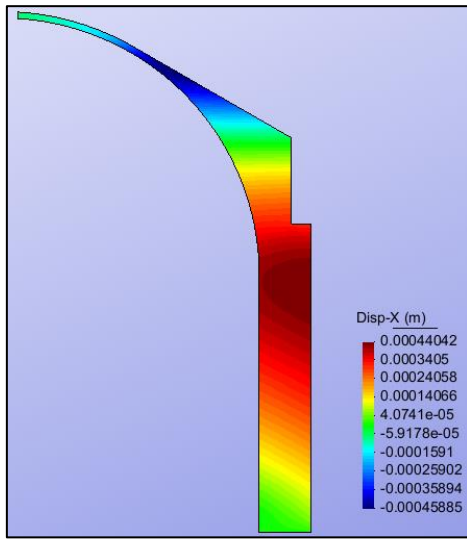


Fig 9. Desplazamientos X

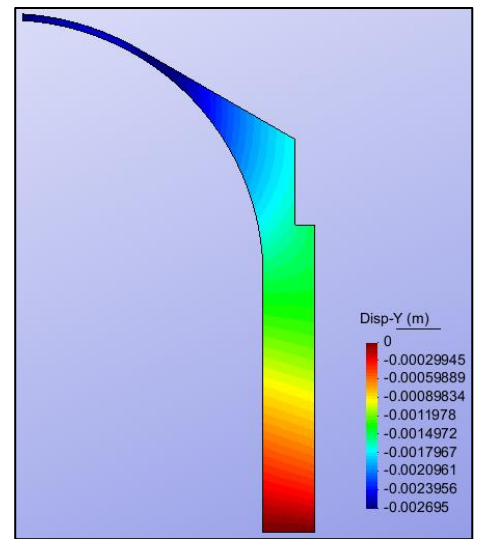


Fig 10. Desplazamientos Y.

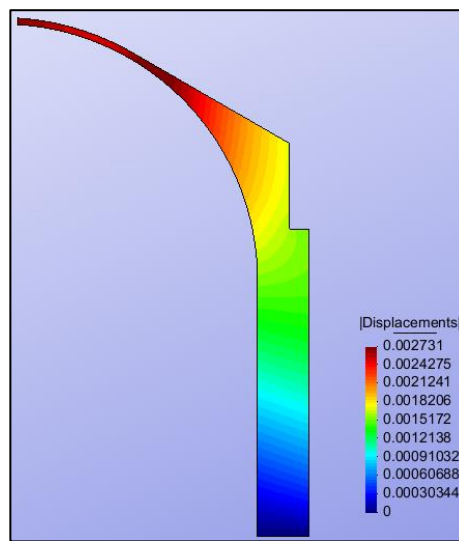


Fig 11. Desplazamientos totales.



- *Tensiones:*

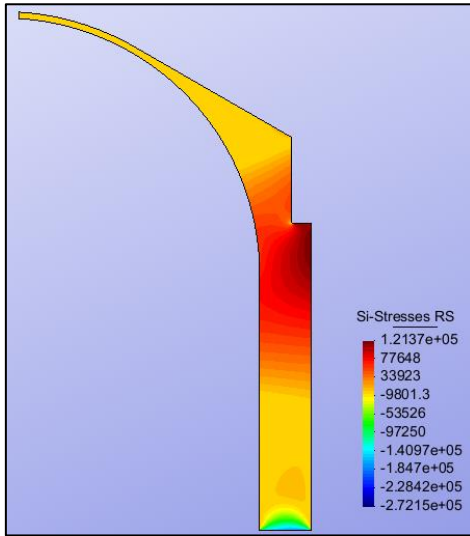


Fig 12. Si.

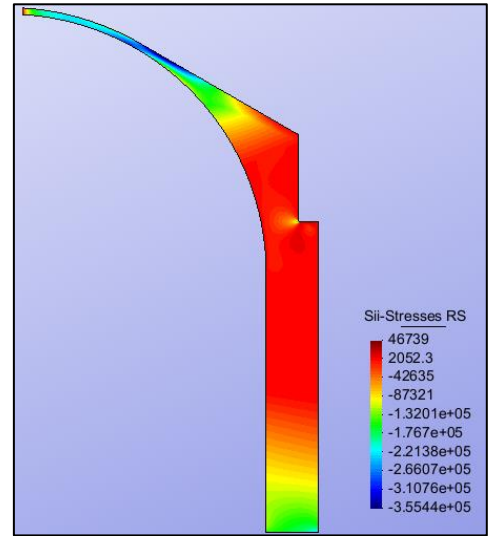


Fig 13. Sii.

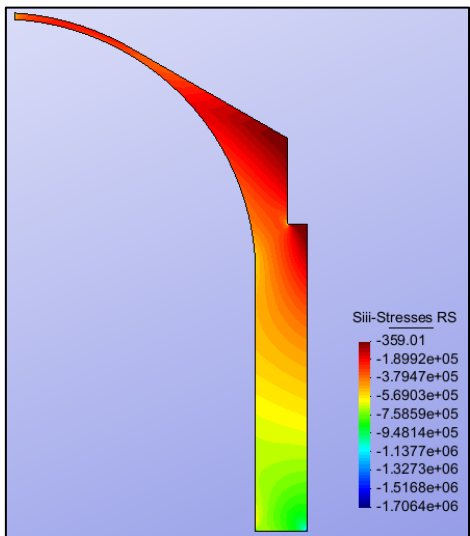


Fig 14. Siii.

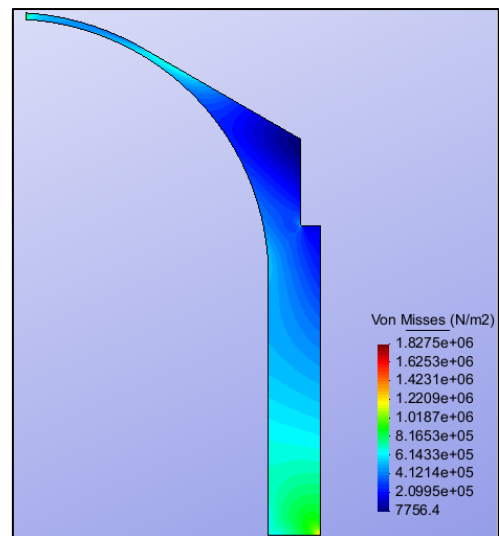


Fig 15. Von mises.

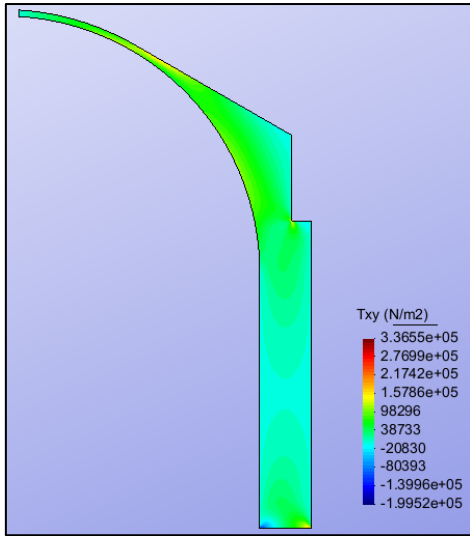


Fig 16.  $T_{xy}$ .

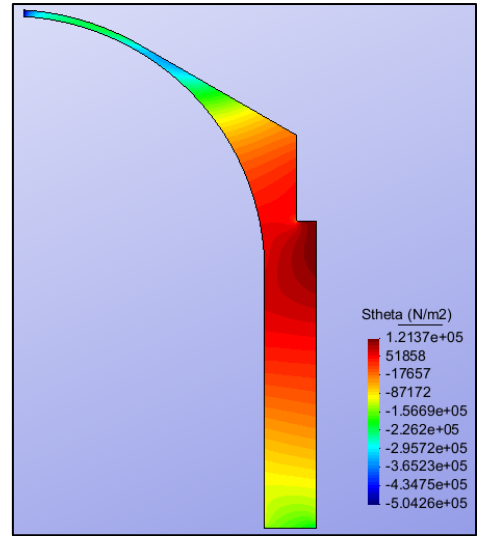


Fig 17.  $S_{theta}$ .

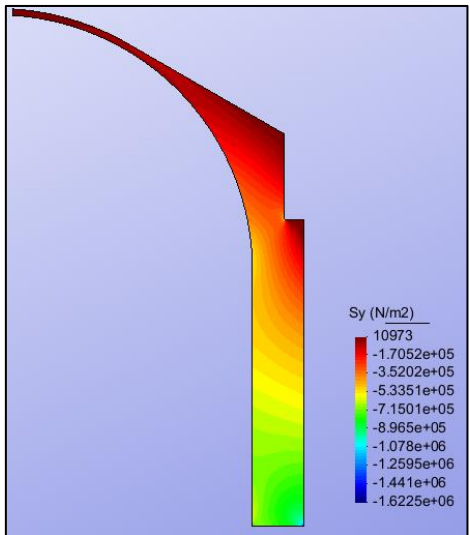


Fig 18.  $S_y$ .

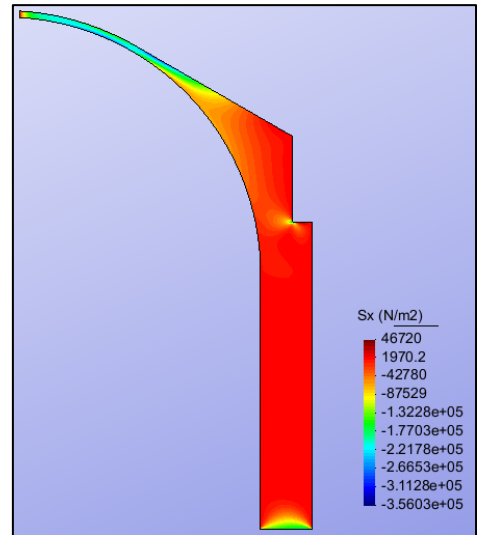


Fig 19.  $S_x$ .

**Análisis:**

*Las tracciones máximas en cualquier punto de la estructura no deben superar los 2 MPa*

Para encontrar el valor de la tensión máxima de tracción se estudiaron las tensiones principales  $S_i$ ,  $S_{ii}$  y  $S_{iii}$ . Las tensiones  $S_i$  y  $S_{ii}$ , como se puede observar en las Figuras 12 y 13, presentan tracción en la parte intermedia de la estructura, entre la cúpula y la base, por lo que las tensiones en esta área tratan de separar las secciones del panteón ( $S_i$ ) y traccionan el fuste producto del momento que genera la cúpula sobre este ( $S_{ii}$ ). Se pueden observar los valores máximos a continuación:

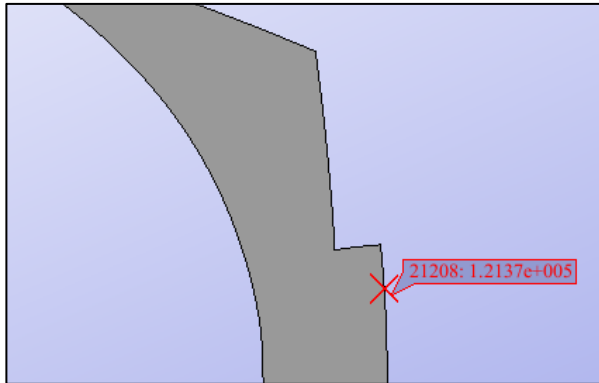


Fig 20. Valor máximo de  $S_i$ .

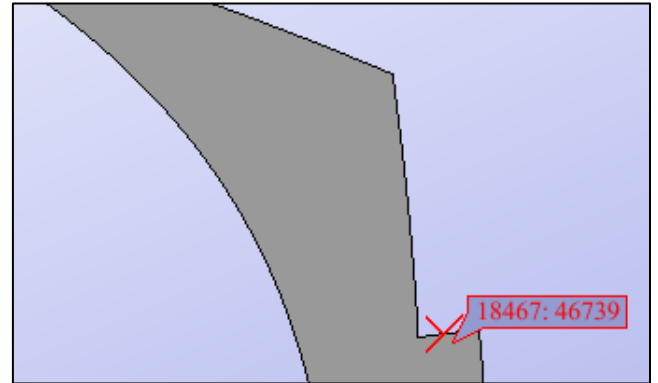


Fig 21. Valor máximo de  $S_{ii}$ .

Ambas tensiones con valores de 0.12137MPa y 0.046739MPa respectivamente. De estos resultados se puede observar que las tensiones  $S_i$  que tratan separar las secciones transversales en tal zona son más significativas que las tensiones producidas por la flexión del fuste debido al peso propio de la cúpula, por lo que estas tensiones serán las que condicionen el comportamiento estructural del panteón; es por eso que en este tipo de estructuras se pueden llegar a observar agrietamientos verticales.

Si analizamos la representación de tensiones de Von Mises observamos un comportamiento similar, donde las tensiones resultantes son menores en la zona de la estructura que está más flectada pero en una zona un poco superior, de tal manera al aumentar la carga sucesivamente en la estructura esta zona se iría descomprimiendo y posteriormente aparecerían las primeras tensiones de tracción, por lo que es la zona que condiciona el factor de seguridad a tracción en la estructura ya que será la primera en alcanzar la tensión de tracción admisible.

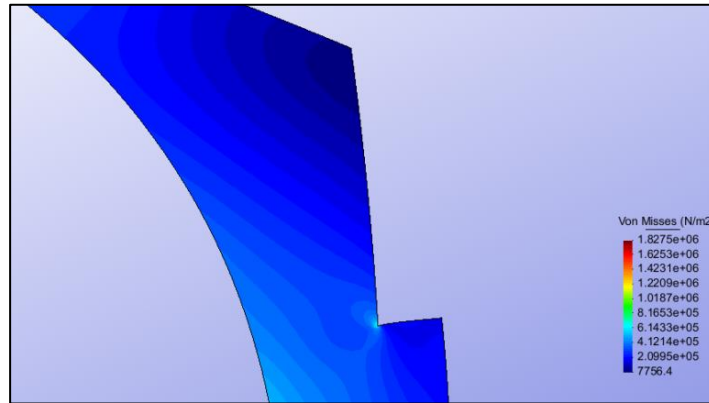


Fig 22. Valores mínimos de tensiones Von mises.

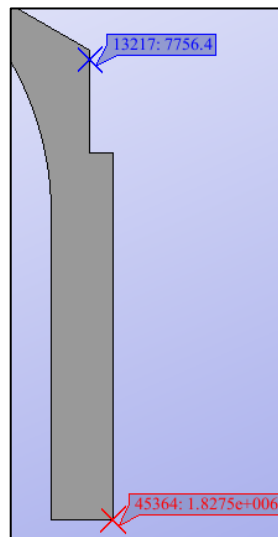


Fig 23. Valor mínimo y máximo de tensiones Von mises.

Coefficiente de seguridad:

Considerando la condición de que las tracciones máximas en cualquier punto de la estructura no deben superar los 2 MPa, se puede estimar que esta estructura tiene un factor de seguridad bajo peso propio de aproximadamente:

$$FS = \frac{\text{carga admisible}}{\text{carga aplicada}} = \frac{2 \text{ MPa}}{0.0077564 \text{ MPa}} = 257.9$$

Las compresiones máximas en cualquier punto de la chapa no deben superar los 90 MPa

Considerando que chapa hace referencia a la cúpula, se puede observar en las figuras 12, 13 y 14, referentes a las tensiones principales, la siguiente distribución de tensiones:

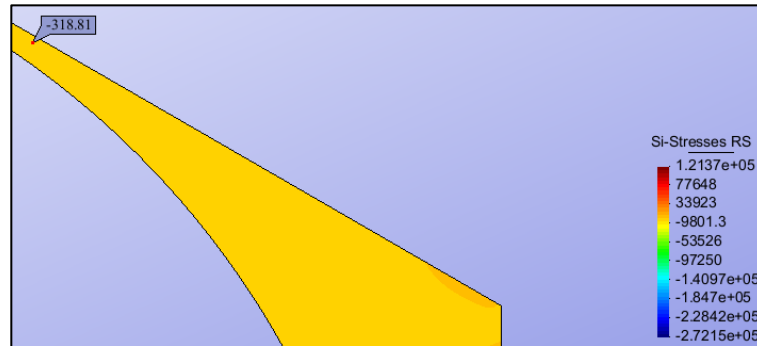


Fig 24. Tensión Si.

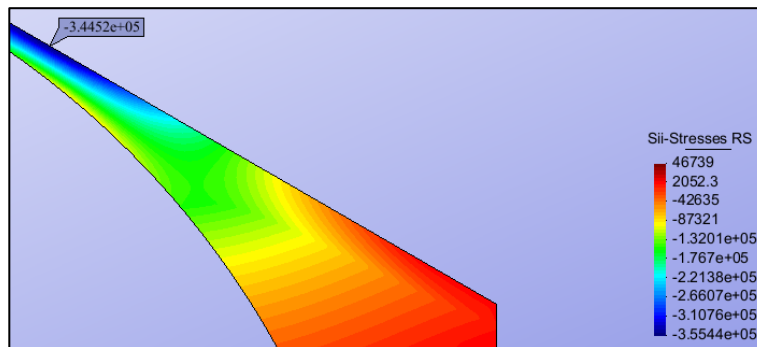


Fig 25. Tensión Sii.

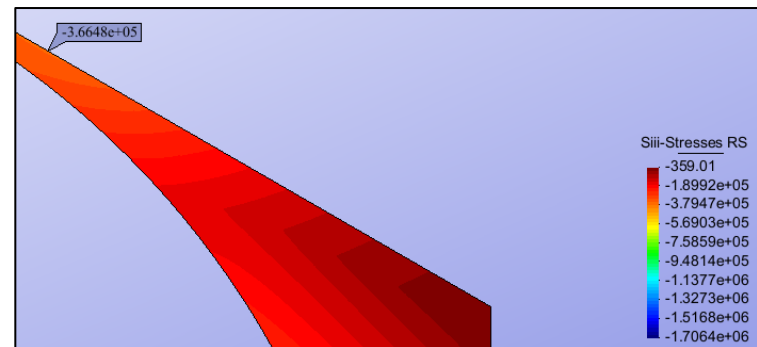


Fig 26. Tensión Siii.

Como se puede observar la tensión Si presenta poca variación y muestra compresión entre las secciones de la cúpula; por otro lado las tensiones Sii y Siii muestran el comportamiento característico de una cúpula trabajando a compresión y se observa que tienen mayores valores de tensiones de compresión con respecto a Si por lo que estas tensiones serán las que condicionen el comportamiento estructural debido a que representan el sistema resistente de la cúpula; de tal manera en la parte media de la cúpula se tiene un estado tensional de compresión pura, el cual será el considerado para el cálculo del factor de seguridad.

Si analizamos la representación de tensiones de Von Mises observamos un comportamiento similar, donde hay una concentración de tensiones en la mitad de la sección debido al sistema resistente de la cúpula.

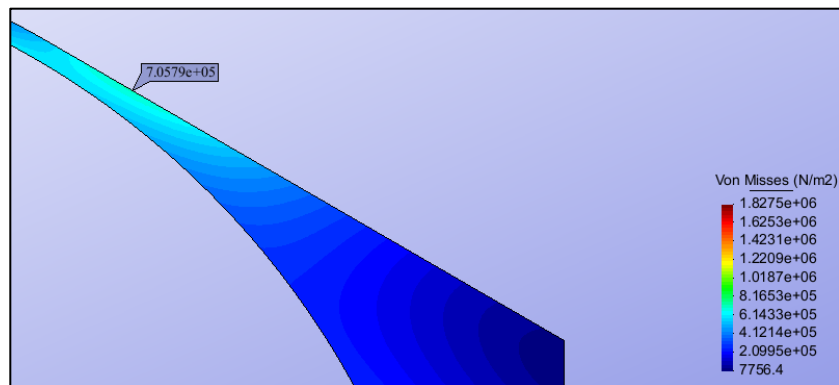


Fig 27. Tensión de Von Mises.

Coefficiente de seguridad:

Considerando las compresiones máximas en cualquier punto de la chapa no deben superar los 90 MPa, se puede estimar que esta estructura tiene un factor de seguridad bajo peso propio de aproximadamente:

$$FS = \frac{\text{carga admisible}}{\text{carga aplicada}} = \frac{90 \text{ MPa}}{0.70579 \text{ MPa}} = 127.51$$

## **Conclusiones:**

Del estudio realizado se logró determinar la malla de elementos triangulares de tres nodos que mejor converge al resultado exacto para el comportamiento estructural del Pateón de Agripa, la malla está formada por elementos de 0.125m de tamaño, con lo que se obtuvo un total de 88230 elementos.

De esta manera se lograron obtener las tensiones en la estructura debidas a peso propio para el material definido en la primera parte del ejercicio utilizando el tipo de problema de solidos de revolución.

Se observó posteriormente la respuesta estructural y la deformada; la cual demostró un comportamiento similar al esperado, en donde la cúpula trabaja a compresión y transmite las cargas al fuste del panteón, el cual esta comprimido por el peso de la cúpula y flectado por la excentricidad de la carga, lo que genera un estado de tracción en la zona media de la estructura que disminuye las tensiones totales de compresión por peso propio en esa región.

Tanto la cúpula como la base de la estructura están más comprimidos que la región central. Aparecen tensiones de compresión contenidas en los planos de la cúpula a lo largo de todo su canto, y en la base la compresión es mayor en la circunferencia externa debido a la flexión del fuste que hace que presente desplazamientos en X que alejan al fuste del eje de revolución y transmiten momento al empotramiento de la base. Por otro lado en la región central de la estructura la flexión produce que meridionalmente la tracción disminuya el estado tensional debido a peso propio, y circunferencialmente aparecen tensiones que tratan de mantener las secciones del solido de revolución unidas, ya que al flectar la estructura esta busca abrirse meridionalmente ya que las paredes del fuste se están alejando del eje de revolución.

Con este análisis se pudo considerar que la zona de menor tensión de Von Mises será la primera en presentar tracciones bajo un aumento sucesivo de carga y de esta manera se obtuvo que para tensiones de tracción admisibles de 2 MPa la estructura tiene un factor de seguridad de 257.9.

Por otro lado analizando la cúpula, se tiene que la zona de mayor concentración de tensiones representa el lugar más comprimido, y por consiguiente la primera zona donde se alcanzaría la tensión admisible de 90MPa, con lo que se obtiene un factor de seguridad de 127.51.

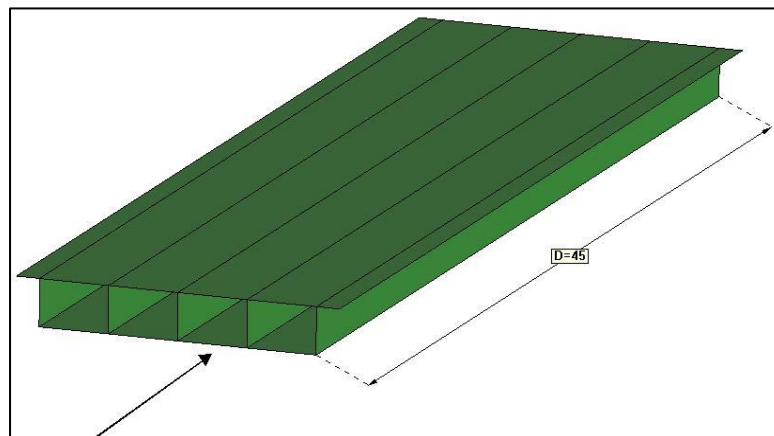
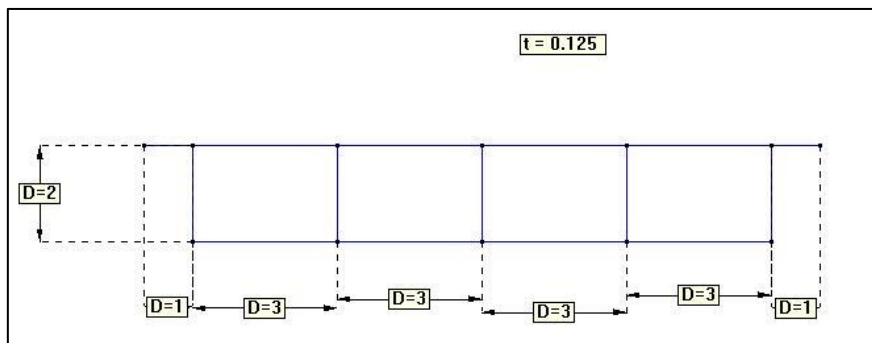
## PROBLEMA L31

La figura representa un puente de cuatro carriles realizado mediante cajones formados por láminas planas de acero bajo una carga vertical uniformemente repartida.

Calcular la carga máxima que es capaz de soportar sobre dichos carriles con las restricciones que se indican.

- 6) La tensión de Von Mises en cualquier punto de la chapa no debe superar los 400 MPa
  - 7) Tomar los valores de E y  $\nu$  de un acero estándar.
  - 8) Ambos extremos del puente se encuentran simplemente apoyados
  - 9) La longitud del puente es de 45 m
  - 10) El espesor de todas las chapas es de 0.125 m
- Cargas actuantes:
- a) Peso propio
  - b) Peso propio + carga uniforme.

Las dimensiones en metros del puente:



Simply supported at both ends



**Modelo:**

Para la realización del modelado y análisis se utilizó el software RamSeries, lo cual requirió una definición inicial del tipo de problema a utilizar, el cual debe ajustarse lo mejor posible a la realidad de la estructura en consideración. Para este caso se puede observar que el tablero está compuesto por una serie de placas unidas, por lo que el comportamiento y tipo de problema será de lámina de placas.

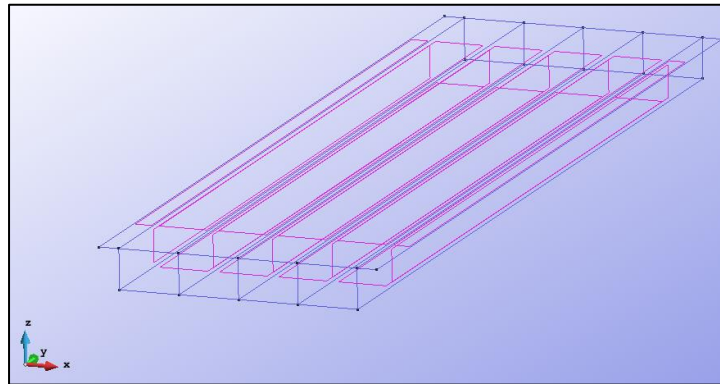


Fig 28. Vistas XY.

Las condiciones de apoyo del tablero impiden los desplazamientos pero permiten las rotaciones, la vinculación fue asignada a lo largo de la línea de apoyo del tablero en ambos extremos.

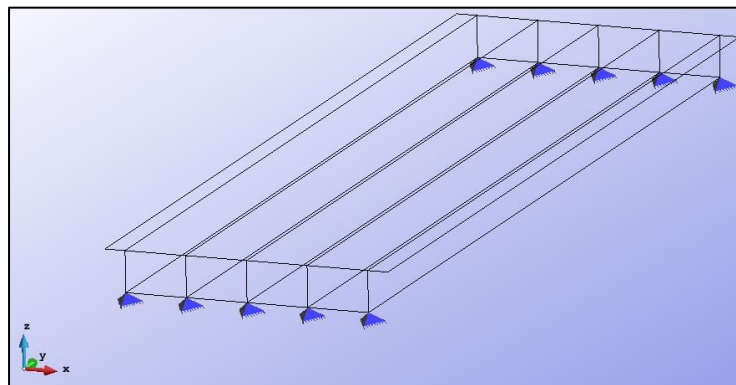


Fig 29. Vinculación con el terreno.

Para la definición de material a utilizar en las láminas que conforman el tablero se utilizó un acero común S-355N y se le asignó un espesor de 0.125m. Dichas propiedades son constantes a lo largo de todo el tablero.

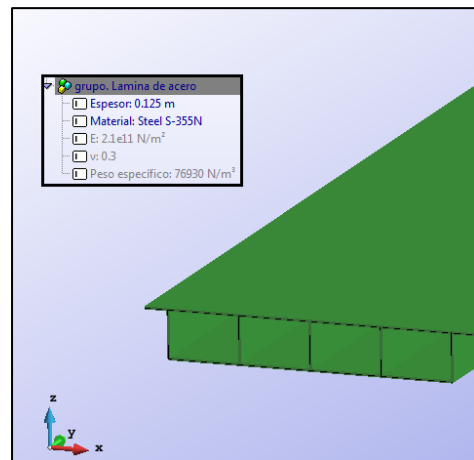


Fig 30. Asignación del material.

### Convergencia de mallas:

#### *Selección de elemento:*

Se realizó un estudio con distintos tipos de elementos antes de la selección del definitivo, los aspectos que se valoraron en la selección fueron la rápida convergencia y el número de grados de libertad, a continuación se muestra el comportamiento de los distintos elementos para mallas de (2m, 1.5m, 1m y 0.5m), tomando como referencia el desplazamiento vertical en el centro del tablero:

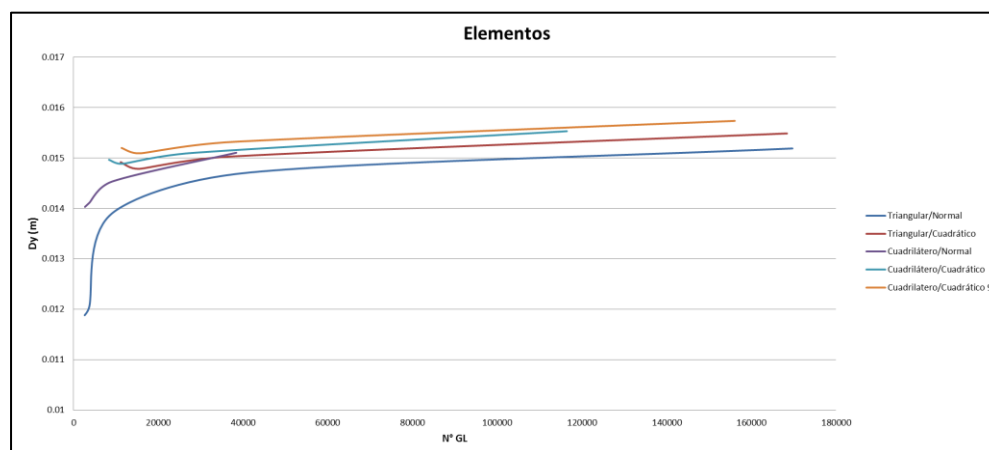


Fig 31. Selección de elemento de análisis.

Se puede observar la convergencia constante de los distintos elementos a la solución exacta; para este problema utilizaremos elementos triangular de 3 nodos, debido a que logran un desempeño similar a los otros elementos pero consumiendo menos capacidad de procesamiento y memoria del ordenador, debido a que son elementos más sencillos y en vista a las dimensiones del problema es necesario considerar este aspecto.

*Convergencia de elemento:*

Se utilizaron elementos triangulares de 3 nodos, con los que se fue aumentando en número de grados de libertad hasta encontrar la convergencia del resultado para el desplazamiento del mismo punto de referencia utilizado previamente, desplazamiento en Z en el centro del tablero.

Tamaño de elemento	N° Elementos	N° nodos	N° GL	Dz
2	974	438	2628	0.01188
1.5	1364	612	3672	0.012033
1	3198	1497	8982	0.013894
0.5	14236	6917	41502	0.014712
0.25	57370	28286	169716	0.015189
0.125	234884	116647	699882	0.015598

Fig 32. Tabla de convergencia.

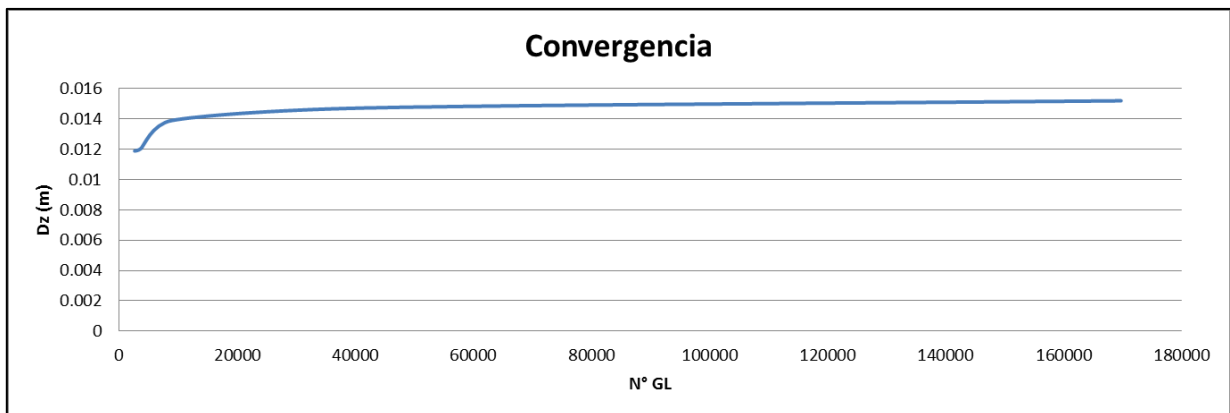


Fig 33. Convergencia de resultados de distintas mallas para el desplazamiento en Y del punto más alto de la cúpula del panteón.

De tal manera se utilizó la malla con elementos de 0.125m para continuar con el análisis estructural.

**Resultados por peso propio:**

- *Desplazamientos:*

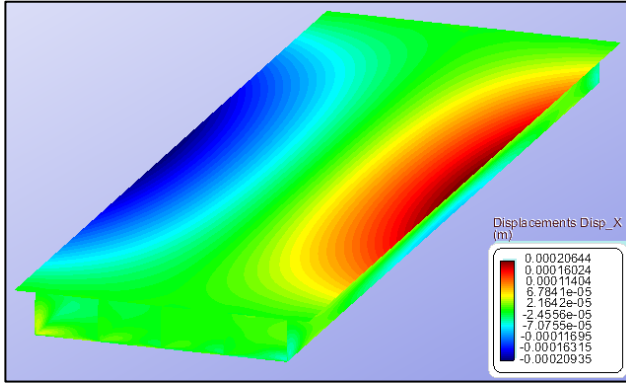


Fig 34. Desplazamientos X

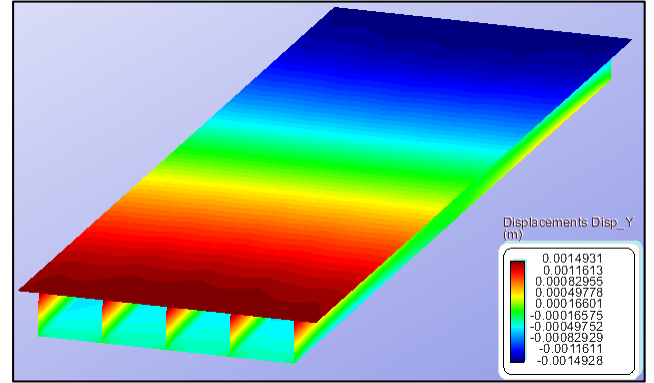


Fig 35. Desplazamientos Y.

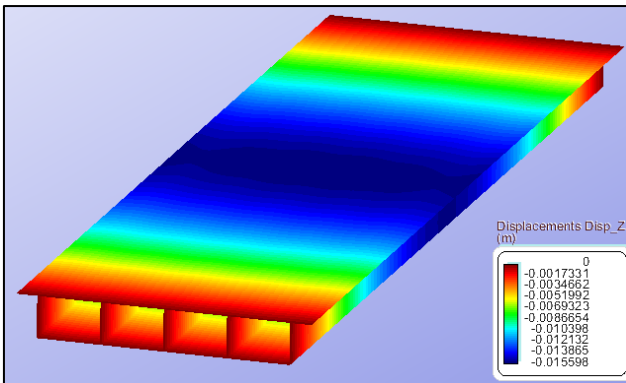


Fig 36. Desplazamientos Z.

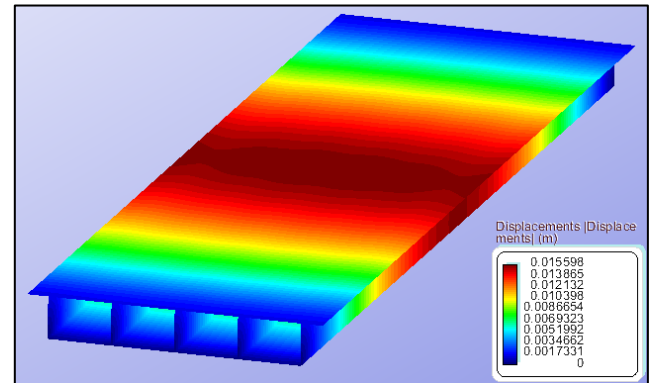


Fig 37. Desplazamientos totales.

- Rotaciones:

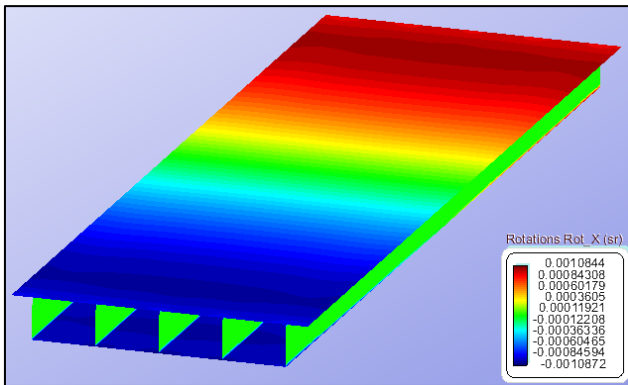


Fig 38. Rotaciones en X.

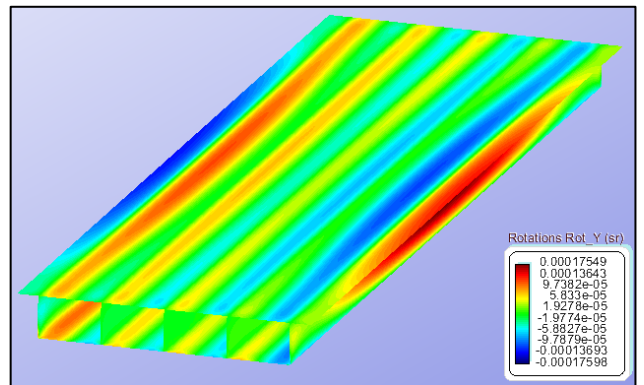


Fig 39. Rotaciones en Y.

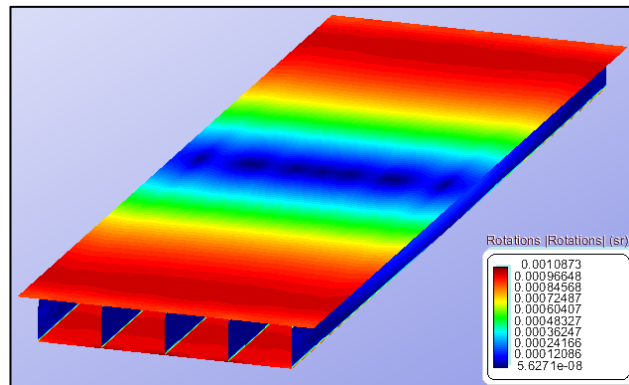


Fig 40. Rotaciones totales.

- Tensiones (Top):

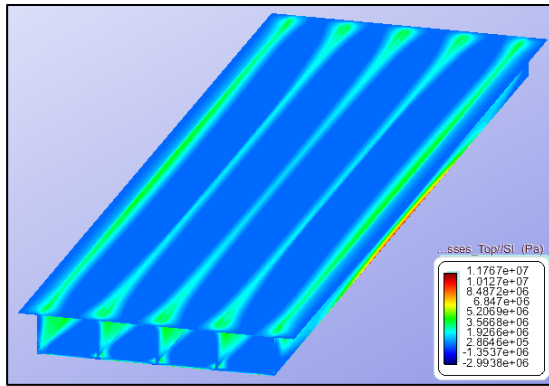


Fig 41. Si.

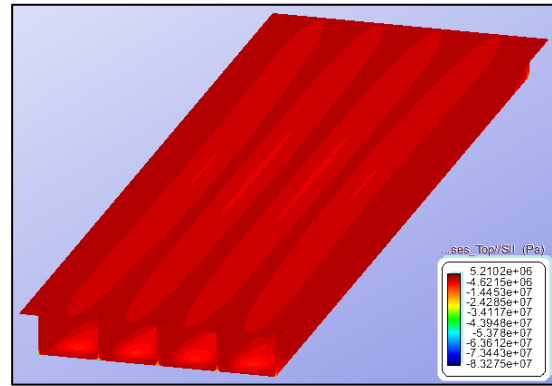


Fig 42. Sii.

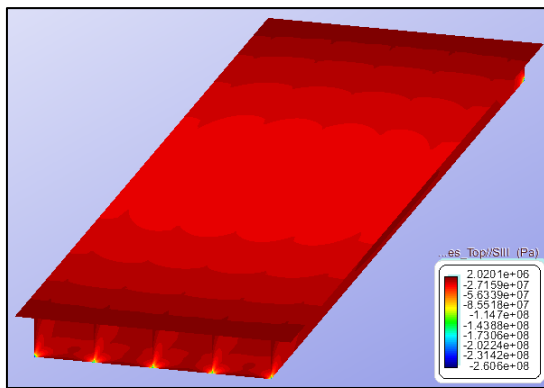


Fig 43. Siii.

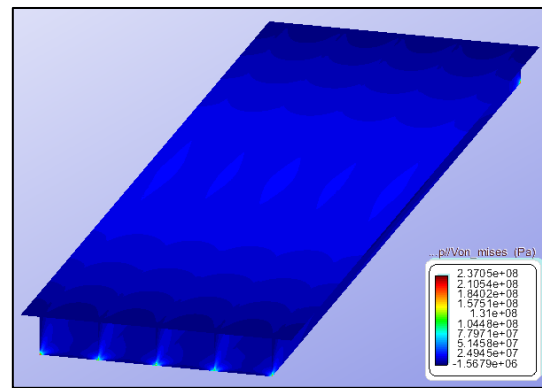


Fig 44. Von Mises.

- Tensiones (Bottom):

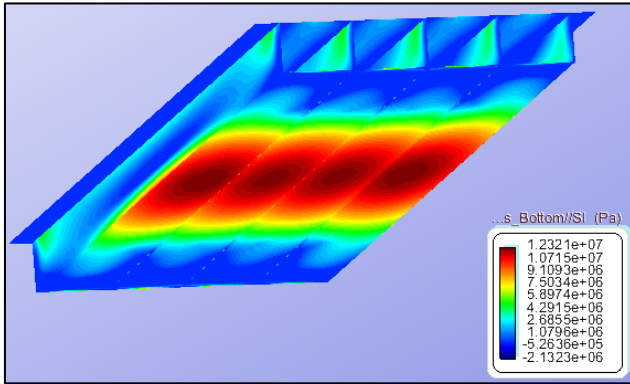


Fig 45. Si.

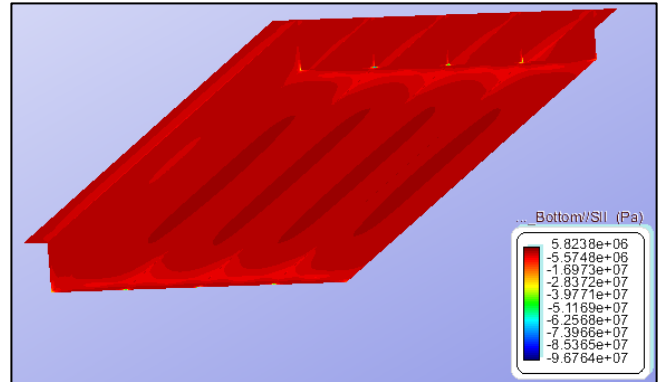


Fig 46. Sii.

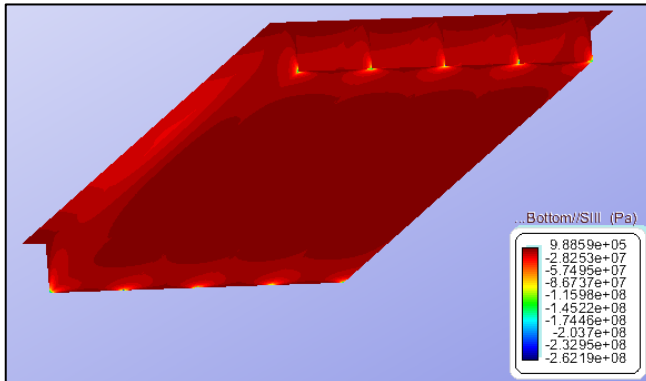


Fig 47. Siii.

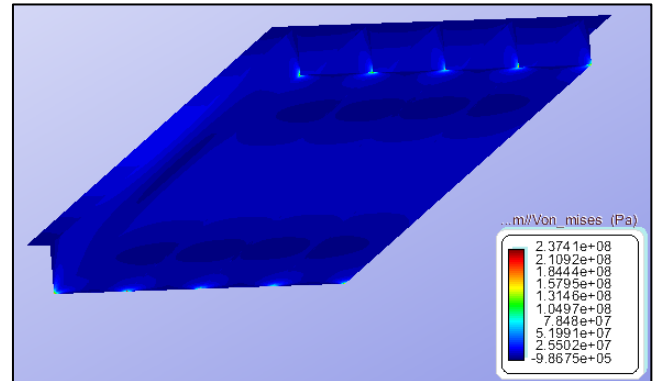


Fig 48. Von Mises.

**Aplicación de carga (-100 kN/m2):**

Para continuar con el análisis se aplicó una carga sobre el tablero del puente, la cual genera nuevos estados tensionales de Von Mises que serán verificados con la tensión máxima admisible de 400 MPa para así saber cuánta carga puede llegar a soportar el tablero.

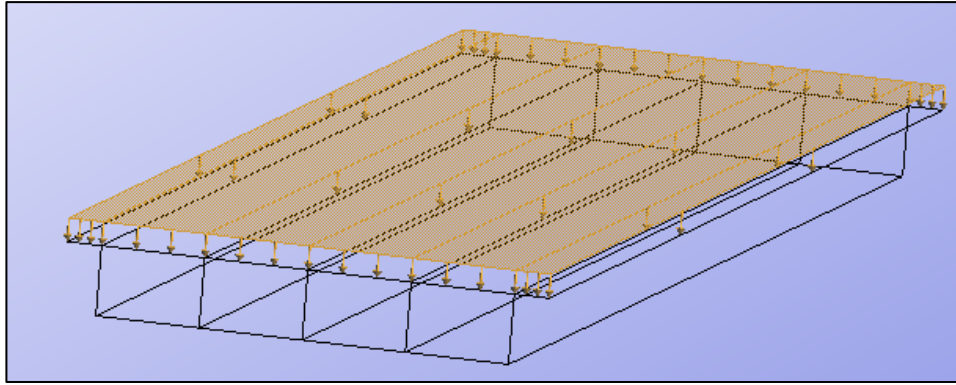


Fig 49. Carga uniformemente distribuida -100 kN/m2.

A continuación se muestran las tensiones de Von Mises (Top y Bottom) para el tablero con carga uniformemente distribuida de -100 kN/m2:

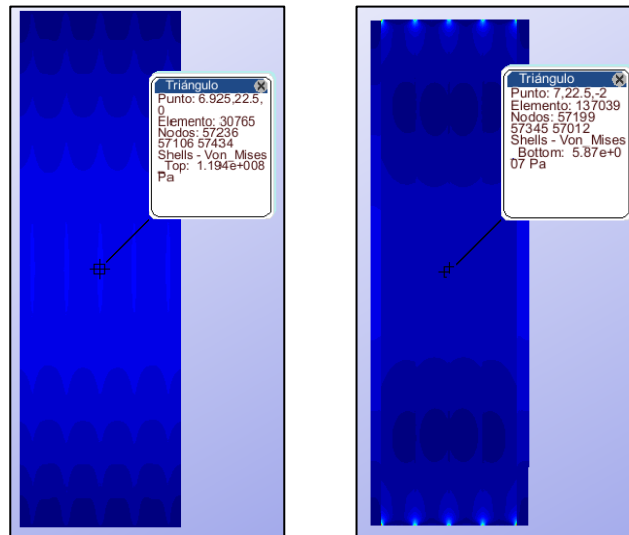


Fig 50. Von Mises (Top - losa superior del tablero / Bottom - losa inferior del tablero).

Se puede observar que en la parte superior del tablero se obtiene una tensión de 119MPa y de 58.7MPa en la parte inferior.



## Análisis:

Se puede observar una concentración de tensiones en la parte inferior de las almas del tablero justo en la zona de los apoyos, esto se debe a la convergencia de tensiones provenientes de las distintas placas, lo cual genera una distorsión en el resultado real en esa zona, por lo que los picos máximos en esos puntos no se consideran como tensiones reales y no se consideran para determinar la capacidad real del tablero.

El tablero presenta un comportamiento de sección cajón típico, en donde se pueden observar concentraciones de tensiones en las uniones entre almas y losas debido al aumento de rigidez en esos puntos, se observa flexión longitudinal y transversalmente, esta última con valores de momento positivo entre almas y negativos sobre ellas, lo que genera alternancia en las tensiones de compresión y tracción de la losa superior en sentido transversal.

Longitudinalmente la flexión es la típica de un elemento biapoyado, en donde el máximo momento se ubica en la mitad de la luz y se generan compresiones en la parte superior del tablero y tracciones en la parte inferior.

Para la determinación de la carga que puede soportar el tablero se considera la mayor tensión de Von Mises, la cual corresponde a la parte superior (Top) de la losa superior del tablero, y cuyo valor es de 119MPa. Se estima la carga máxima a partir de la aplicada, obteniendo así una carga uniformemente distribuida de aproximadamente 330kN/m<sup>2</sup>, luego se verifica haciendo un nuevo análisis, y de no obtenerse la tensión admisible en el punto de mayor tensión se incrementa la carga hasta obtener la que genere los 400MPa.

De esta manera se obtuvo que para una carga de 390 a 400kN/m<sup>2</sup> se logra alcanzar la tensión admisible de 400MPa en la parte superior (Top) de la losa superior del tablero, siendo así el valor máximo de carga que puede soportar el tablero.

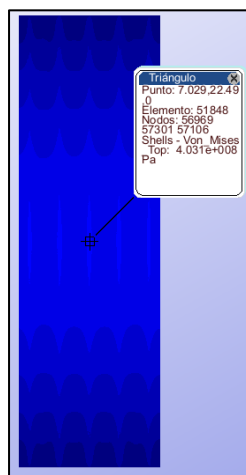


Fig 50. Tensión máxima admisible.

## **Conclusiones:**

Del estudio realizado se logró determinar la malla de elementos triangulares de tres nodos que mejor converge al resultado exacto para el comportamiento estructural del tablero, la malla está formada por elementos de 0.125m de tamaño, con lo que se obtuvo un total de 234884 elementos.

De esta manera se lograron obtener las tensiones en la estructura debidas a peso propio para el material definido en la primera parte del ejercicio utilizando el tipo de problema de lámina de placas.

Se observó posteriormente la respuesta estructural y la deformada; la cual demostró un comportamiento similar al esperado, en donde el tablero trabaja como un elemento simplemente apoyado en sus extremos, con lo que se genera una flexión con momentos positivos máximos en la mitad del vano; los cuales generan compresión en las fibras superiores a la fibra neutra y tracciones en las fibras inferiores.

De igual manera se nota la existencia de momentos transversales, los cuales se evidencian con rotaciones alrededor del eje Y muy marcadas en la unión entre losa y almas. Por otro lado se observa que la losa superior del tablero presenta en sus extremos laterales desplazamientos que se alejan del eje longitudinal del tablero, lo cual responde a la deformación debida al módulo de poisson sobre la losa comprimida.

Existe un pico de tensiones falsas en los nodos de la parte inferior de las almas en los apoyos, por lo que se toma como tensión real en ese punto justo la anterior al aumento vertiginoso del valor de la tensión, quedando de esta manera los mayores valores de tensiones en el centro del vano como es de esperarse.

Con este análisis se pudo considerar que la zona de mayor tensión de Von Mises será la primera en presentar el valor de tensión admisible bajo un aumento sucesivo de carga, tal región se encuentra en la parte superior de la losa superior del tablero y a mitad del vano; de esta manera se obtuvo que para tensiones admisibles de 400 MPa el tablero puede soportar una carga de 390kN/m<sup>2</sup>.